

岳麓書院蔵秦簡『数』訳注[†]稿 (6)

武 田 時 昌

中国古算書研究会

大川 俊隆、小寺 裕、角谷 常子、武田 時昌
田村 誠、馬場 理恵子、張替 俊夫、吉村 昌之

Translation and Annotation of “Shu”
Housed at the Yuelu Academy, Vol. 6

TAKEDA Tokimasa

Abstract

The book “Shu” is one of the books of Qin bamboo slips purchased by the Yuelu Academy in December 2007, and consists of about 220 slips. We are going to make translation and annotation of “Shu” in the same manner as our work on “Suanshu-shu,” that is, the very first procedure is to decipher the letters from photographs with the following investigation of the results from the mathematical and historical viewpoints.

This is the sixth released article based on our research and results in which we studied the slips with the number 202 to 219.

『数』は、2007年12月に岳麓書院によって購入された秦簡の中で、220枚ほどの竹簡からなる書籍簡である。我々は、我々の『算数書』研究の成果を踏まえ、写真図版より釈字を行い、それに数学・数学史的、歴史的な考察を加えた訳注を行う。

[†]This work is supported by Grant-in-Aid for Scientific Research (C) (24501252) and (C) (25350388).

平成26年2月28日 原稿受理

本論文はその第六号であり、整理番号(二〇二)～(二一九)の簡について発表する。

(二〇二) 贏不足⁽¹⁾。三人共以五錢市。今欲賞(償)之。問人之出幾可(何)錢⁽²⁾。得曰、人出一錢三分錢二。其朮(術)曰⁽³⁾、以贏・不足互乘母⁽⁴⁾⁽⁵⁾ 0413

訓読：贏不足。三人共に五錢を以て市う。今之を償わんと欲す。問う、人の幾何の錢を出すか。得て曰く、人一錢三分錢の二を出す。其の術に曰く、贏・不足を以て互いに母に乘じ、…

訳：盈不足。3人で5錢を出し合って商いをした。いまその錢を(各自が均等に)負担しようとする。問う、1人が何錢出せばいいか。答えにいう、1人 $1\frac{2}{3}$ 錢を出す。その術にいう、盈分と不足分を「母」(負担金として仮に定めた2つの整数値)に互乗(たすき掛け)し、[加え合わせて実とする。(仮定した「母」における)盈分と不足分を「母」に互乗し、それらを加え合わせて「実」とする。盈分と不足分を加え合わせて「法」とする。「実」を「法」で割る。]

注：(1)「贏不足」は「盈不足」とも記す。今日の過不足算である。『九章算術』巻7に盈不足章があり、本術を詳論する。『算数書』では、【4】「方田」、【17】「米出錢」、【41】「分錢」の3題に加え、【5】「啓広」(開平方の近似値計算法)にも応用される。いずれも本題のような単純な分配の設問は扱わない。

(2) 本題では、3人が出資した総額5錢を均等に分担しようとするので、総額を人数で割れば算出できる(5錢÷3人= $1\frac{2}{3}$ 錢/人)。ところが、ここでは盈不足術を用いて解く。一群の盈不足題を解くために、最も簡略な設定にし、盈不足術の基本公式を理解させようとしたのである。

本題の場合には、割り算によって得られる解が1錢と2錢の間のある分数値であることはすぐに了解される。そこで、注(5)で説明するように、1錢とした場合の盈分、2錢とした場合の不足分に着眼すれば、その分数値を導き出すことができる。つまり、割り算の結果が分数値 x となる場合に前後の整数値 $a, a+1$ ($a < x < a+1$)を用いて算定する方法から一般化した盈不足術やその応用題(鶴亀算、盗人算など)へと発展していったことを示唆する。

(3) 術文は後半部分が欠落しているが、後の2題及び『算数書』の類題によって補うと、次のように復元できる。「以贏・不足互乘母、并以爲實。同(又は「并」)贏・不足以爲法。實如法得一錢」(贏・不足を以て母に互乗し、并せて以て実と為す。贏・不足を^{あわ}同せて(并せて)以て法と為す。実、法の如くして一錢を得)。

盈不足術を数学的に説明すると、求める解 x が定数 a, b の間にあり、 $a < x < b$ と仮定した時の盈不足分がそれぞれ m, n である場合、 $m : n$ の比によって a, b 間の内分点を求めようとするものである。図1において、 $(x-a) : (b-x) = m : n$ より $x = \frac{mb+na}{m+n}$ となる。

- (4) 「母」とは、算出過程において、仮に定めた分配金を左右に布算して「母」とし、下にその盈分、不足分を下に置いて「子」と名付けることによる。「互乗」とは、

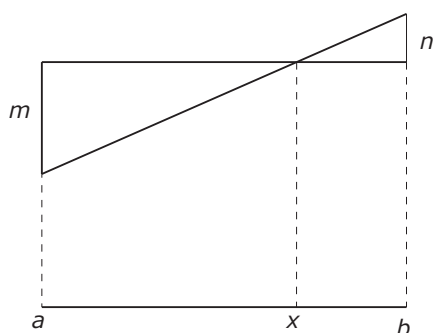


図1

その上下2列に並べた4数をたすき掛けすることである。分数の通分計算(斉同術)でも、分子と分母の「互乗」という言い方を用いるが、ここでは分数の「母」「子」ではなく、仮定した「母」によって盈分あるいは不足分の「子」が導き出されるという意味合いで用いている。なお、『九章算術』『孫子算経』の術文では「維乗」とし、「互乗」と区別している。

置算	→	互乗	→	加算
上		$a b$		$na + mb$ (実)
下		$m n$		$m + n$ (法)

- (5) 術文には、具体的な数値を掲げない。次題の(二〇三+二〇四)は同類の問題であるが、そこでは1斗と2斗を仮定して1斗半を導く。同様に考えたとしても、1銭を支払ったとすると2銭余り、2銭支払ったとすると1銭不足する、という条件になる($a=1, b=2$ の時、 $m=2, n=1$)。そこで、盈不足術の公式に当てはめ、

$$\frac{1 \text{ 銭/人} \times \text{不足} 1 \text{ 銭} + 2 \text{ 銭/人} \times \text{盈} 2 \text{ 銭}}{\text{盈} 2 \text{ 銭} + \text{不足} 1 \text{ 銭}} = \frac{5}{3} \text{ 銭/人} = 1 \frac{2}{3} \text{ 銭/人}$$

という風に算出できる。

なお、初期値 a, b は、1, 2 以外でもかまわない。ともに盈、もしくはともに不足となる場合には、内分点ではなく外分点を求めることになるので、 m, n の小さい方の符号を負にする。つまり、分子、分母ともに2数の和ではなく、多から少を引く。『算数書』【41】「分錢」では、術文においてともに盈、もしくはともに不足となる場合の解法を附言する。『九章算術』になると、それぞれの場合に分けて問題を設けて類別的に説明している。

(二〇三) 凡以贏不足有 (又) 求足⁽⁶⁾。藉之曰、[貸(貸)]人錢三、今欲賞(償)米。斗二錢。賞(償)一斗、不足一錢、賞(償)二斗 \square ⁽⁷⁾ 0920
 \square 有(又)贏一錢、即直(置)一斗、二斗、[以爲母]。各直(置)⁽⁸⁾ C41010
 (二〇四) 贏、不足其下、以爲子。=(子)互乘母、并以爲實。而并贏、不足以爲法。如法一斗【半】⁽⁹⁾ ⁽¹⁰⁾。 0970

訓読：凡そ贏不足を以て又た足るを求む。之に藉くに曰く、人に錢三を貸す。今米を償わんと欲す。斗にして二錢なり。一斗を償わんとすれば、一錢不足す。二斗を償わんとすれば、又一錢を贏(あま)す。即ち一斗・二斗を置き、以て母と為す。各々贏・不足を其の下に置き、以て子と為す。子互いに母に乘じ、并せて以て実と為す。而して贏・不足を并せて以て法と為す。法の如くして一斗とす。

訳：およそ盈不足術を用いて、また足分(過不足のない真値)を求める。(その場合には、盈分、不足分を)次のように置算する。答えにいう、人に3錢を貸そうとするのに、今は(錢の代わりに)米で支払おうとする。(換算の比率は)1斗に対して2錢である。1斗を支払ったとすると、1錢不足する。2斗を支払ったとすると、1錢余る。そこで、1斗、2斗を置算して、母とする。それぞれ盈分、不足分をその下に置いて、子とする。子を母に互乘し、加え合わせて実とする。そして、盈分、不足分を加え合わせて法とする。(実を)法で割ると斗を単位とする答えとなる。

注：(6)「求足」の「足」は、過不足のない真値、『九章算術』劉徽注の「不盈不朒之正數」のことである(「盈朒」は「盈不足」と同じ意味である)。

(7)「二斗」以下の簡0920は、右半分が微かに残存するが、不鮮明である。文意によって文字を補えば、「賞(償)一斗、不足一錢、賞(償)二斗贏一錢」となるはずである。なお、カラー写真(146頁)では、左側の断簡C41010を少し下方にずらして置くが、文字が重なるようにぴったり接合させることができ、欠字がないことがわかる。

(8)「各直(置)」は簡0790の「各直贏不足其下」にそのまま接合するかのようである。

直後に「以爲子」とあるのに対応させると、「即直一斗、二斗」の下には「以爲母」の三字が脱落していると考えられる。

(9) 「如法一斗半」の「半」は、衍字である。得られる解が「一斗半」であるために、誤記したのであろう。【】で衍字を表す。

(10) 本題は貸借金3銭を米で支払おうとする問題である。単価は1斗で2銭なので、 $3\text{銭} \div 2\text{銭/斗} = 1\frac{1}{2}\text{銭}$ として直ちに算出できるが、ここでは盈不足術を用いて解く。すなわち、1斗とすると合計は2銭になって1銭不足し、2斗とすると合計は4銭になって1銭不足するので、1斗と2斗の間にちょうど3銭となる解がある。そこで盈不足術に当てはめると、次式で解が求まる。

$$\frac{1\text{斗} \times \text{盈} 1\text{銭} + 2\text{斗} \times \text{不足} 1\text{銭}}{\text{盈} 1\text{銭} + \text{不足} 1\text{銭}} = \frac{3}{2}\text{斗} = 1\frac{1}{2}\text{斗}$$

(二〇五) 米一斗五銭、菽(菽)五斗一銭、今欲以一銭買二物、各得幾可(何)⁽¹¹⁾。

曰、米得一升三分升二、菽(菽)得八升三分升一。朮(術)以 0499

(二〇六) 贏不足求之⁽¹²⁾。 0026

訓読：米は一斗にして五銭、菽は五斗にして一銭なり。今一銭を以て二物を買わんと欲す。各々得ること幾何ぞ。曰く、米は一升三分升の二を得、菽は八升三分升の一を得。術は、贏・不足を以て之を求む。

訳：米は1斗で5銭、菽は5斗で1銭である。今、1銭で2種の穀物(米と菽)を(あわせて1斗)買おうとする。それぞれ得られるのはどれだけか。答えにいう、米は $1\frac{2}{3}$ 升を得、菽は $8\frac{1}{3}$ 升を得る。解法は、盈不足術を用いて求める。

注：(11) 本題では、1銭で米、菽を購入しようとするものであるが、金額が与えられていない。答えから判断すると、米、菽を合わせて1斗になることを想定している。

(12) 盈不足術の公式に当てはめるには、題意から穀物の升数 a , b を仮定し、その盈分あるいは不足分 m , n を導き出す必要があるが、どのような数値を立てたかは省略されている。

『算数書』【53】「米出銭」に類題が見られる。そこでは2つの問題を挙げている。

(1) 稗米(2斗で3銭)と糲米(3斗で2銭)が合計10斗あり、売れば13銭になる場合。

(2) 米(1斗で1銭)と黍(1斗で1.5銭)合わせて10斗を16銭で買う場合。術文では、それぞれにおいて、1つの穀物だけで総量10斗を売買したと仮定して、総量

の盈不足分を算出し、それを盈不足術に当てはめて解く。それと同様の計算を行ったとすれば、「米だけを1斗買ったとすると、その料金は5銭なので、持ち金が4銭不足し、菽だけを1斗買ったとすると、その料金は $\frac{1}{5}$ 銭なので、持ち金が $\frac{4}{5}$ 銭盈(余)る」と考える。そして、これを言い換えて、「米は、1斗(10升)とすると4銭不足し、0斗(0升)とすると $\frac{4}{5}$ 銭盈る」「菽は、0斗(0升)とすると4銭不足し、1斗(10升)とすると $\frac{4}{5}$ 銭盈る」とすれば、盈不足問題の基本形となる。そこで、公式に当てはめると、次式で解が求まる。

$$\text{米} : \frac{10\text{升} \times \frac{4}{5}\text{銭} + 0\text{升} \times 4\text{銭}}{4\text{銭} + \frac{4}{5}\text{銭}} = 8 \div \frac{24}{5}\text{升} = 1\frac{2}{3}\text{升}$$

$$\text{菽} : \frac{0\text{升} \times \frac{4}{5}\text{銭} + 10\text{升} \times 4\text{銭}}{4\text{銭} + \frac{4}{5}\text{銭}} = 40 \div \frac{24}{5}\text{升} = 8\frac{1}{3}\text{升}$$

- (二〇七) □ [稻十] 斗九銭、粢(粢)十 [斗] □ C020107
 □七銭、叔(菽)十斗 [五銭。今欲買三物共十] □ 2197
 □斗、用八銭。問各幾可(何)。曰、稻六斗 0799
 (二〇八) □ [粢(粢)三斗、叔(菽)一斗。述(術)] 曰、直(置)稻九、[直(置)]
 不足一其下。粢(粢)七、直(置)贏 □ 2198
 □一其下、叔(菽)五、直(置)贏三其下。粢(粢) [以稻] 不足 □ 2179
 (二〇九) □ [一、乘稻九、以叔(菽)贏三] 乘粢(粢)七、同之卅、爲稻實。以叔(菽)
 [贏] 三乘叔(菽)五、十五、爲粢(粢)實。以稻不足一乘叔(菽)五、爲 [叔(菽)]
 實。同贏 0496
 (二一〇) 不足 C100108
 五、以爲法。如法各得一斗_[-]^{(13) (14) (15)}。 0497

校訂：[-]本題は、いくつかの断簡の寄せ集めであり、文字の脱落が甚だしいが、4枚の竹簡からなると考えられる。各簡の文字数は37字前後。

原簡は以下の通りである。

- (二〇七) □ 斗九銭粢十 □ C020107
 □ 七銭叔(菽)十斗 □ 2197
 □ 斗用八銭問各幾可曰稻六斗 0799
 (二〇八) □ 曰直稻九不足一其下粢七直贏 □ 2198
 □ 一其下叔五直贏三其下粢不足 2179

- (二〇九) 𠄎乘粢七同之卅爲稻實以叔三乘叔五 𠄎十五爲粢實以稻不足一乘叔
五爲實同贏 0496
- (二一〇) 不足 C100108
- 五以爲法如法各得一斗 0497

[1] の釈文では、以下のように復元する。

(二〇七) 𠄎 [稻十] 斗九錢、粢(粢)十 [斗] 七錢、叔(菽)十斗 [五錢。
今欲買三物共十] 斗、用八錢。問各幾可(何)。曰、稻六斗、
C020107+2197+0799

(二〇八) 𠄎 [粢(粢)三斗、叔(菽)一斗。述(術)] 曰、直(置)稻九
*1、不足一其下。粢(粢)七直(置)贏一其下、叔(菽)五、直(置)贏三其下。
粢(粢)不足 2198+2179

(二〇九) 𠄎 [一*2乘稻九、以叔(菽)贏三*3] 乘粢(粢)七、同之、卅、爲稻實。
以叔(菽)三乘叔(菽)五、十五、爲粢(粢)實。以稻不足一乘叔(菽)五、爲 [叔
(菽)] 實。同贏 0496

(二一〇) 不足、五、以爲法。如法各得一斗。 C100108+0497

※1 「置稻九、不足一其下」は直後の「粢(粢)七直(置)贏一其下」「叔(菽)五、直(置)贏三其下」と対比させると、「稻九直(置)不足一其下」を書き誤ったと考えられる。

※2 「粢(粢)不足一」は、前文の「粢贏三」と矛盾する。また、後文の体例より、「粢」の上に「以」字があったほうがいい。したがって、「以稻」の2字を「粢(粢)」に誤記したと考えたほうがよさそうである。

※3 「以叔三」は「以叔贏三」を補うべきである。

訓読：…稲は十斗にして九錢、粢は十斗にして七錢、菽は十斗にして五錢。今三物を買うに十斗を共にし、八錢を用いんと欲す。問う、各おの幾何ぞ。曰く、稻六斗、粢三斗、菽一斗。術に曰く、稻九には、不足一を其の下に置き、粢七には、贏一を其の下に置き、菽五には、贏三を其の下に置く。稲の不足一を以て稲九に乘じ、菽の贏三を以て粢七に乘じ、之を同せて三十、稲の実と為す。菽の贏三を以て菽五に乘じて十五、粢の実と為す。稲の不足一を以て菽五に乘じて菽の実と為す。贏・不足を同せて五、以て法と為す。法の如くして各おの一斗を得。

訳：…稲は10斗で9錢、粢は10斗で7錢、菽は10斗で5錢である。今三つの穀物を買おうとするのに、総量が10斗で、8錢を用いる。問う、それぞれ何斗になるか。答えにいう、

稲は6斗、黍は3斗、菽は1斗。術にいう、稲9には不足分1をその下に置く。黍7には盈分1をその下に置く。菽5には盈分3をその下に置く。稲の不足分1を稲9に掛け、菽の盈分3を黍7に掛け、これを合わせた30を稲の実とする。菽の盈3を菽5に掛けた15を黍の実とする。稲の不足1を菽5に掛けた5を菽の実とする。盈分、不足分を加え合わせた5を法とする。各々実を法で割ると斗を単位とする答えになる。

注：(13) 本題は、稲・黍・菽を買うのに、総量10斗、総額8銭になるようにするには、それぞれ分量はどれだけか、という問題である。10斗の単価は、稲は9銭、黍は7銭、菽は5銭である。稲 a 斗、黍 b 斗、菽 c 斗とすると、以下の連立方程式が得られる。

$$a + b + c = 10$$

$$\frac{9}{10}a + \frac{7}{10}b + \frac{5}{10}c = 8 \text{ または } 9a + 7b + 5c = 80$$

3個の未知数に対して、2個の方程式であるから、不定方程式になる。

その解法を現代数学的に説明すると、題意より $a, b, c > 0$ であるから、 a, b, c の範囲を求めると、上2式より c をパラメータとして用いると、

$$a = c + 5, b = -2c + 5$$

これより、

$$5 < a < 7.5, 0 < b < 5, 0 < c < 2.5$$

したがって、この範囲における整数解という条件であれば、 $a = 6, 7$ あるいは $c = 1, 2$ の2通りの場合を考えればいい。それぞれの式に代入すると、未知数が2つの盈不足問題となり、すなわち次の2組の整数解が得られる。

$$(a, b, c) = (6, 3, 1), (7, 1, 2)$$

なお本文では、 $(a, b, c) = (6, 3, 1)$ の場合だけを解として採用している。

(14) 本題と類似する3元1次不定方程式は、『張邱建算経』に見られる。

今有雞翁一、直錢五、雞母一、直錢三、雞雛三、直錢一。凡百錢買雞百隻。問、雞翁・母・雛各幾何。答曰、雞翁四、直錢二十、雞母十八、直錢五十四、雞雛七十八、直錢二十六。又答、雞翁八、直錢四十、雞母十一、直錢三十三、雞雛八十一、直錢二十七。又答、雞翁十二、直錢六十、雞母四、直錢十二、雞雛八十四、直錢二十八。術曰、雞翁每四、雞母每減七、雞雛每益三、即得。

後世には「百雞術」と呼ばれるものであるが、ここでは整数解3組を正しく求めている。ただし、術文はその3つの解の等差の数値を掲げるだけで、解の算出方法は明記しない。

(15) ここの解法は、盈不足術の未知数を2つから3つに拡大したものである。盈不足術を適用するためには、稲・黍・菽それぞれについて、盈分もしくは不足分を導

く必要がある。復元された術文では、稲9で不足分1、粃7で盈分1、菽5で盈分3という数値を仮定する。その3組の数を上下に置算し、稲、粃、菽それぞれに対して上下の2数を選んで互乗(維乗)して実とし、盈分、不足分の3数を加え合わせて法とし、割り算を行って稲6斗、粃3斗、菽1斗という解を導き出している。

稲6 粃3 菽1

不足1 盈1 盈3

稲実 = 稲9 × 稲不足(あるいは粃盈)1 + 粃7 × 菽盈3 = 30

粃実 = 菽5 × 菽盈3 = 15

菽実 = 菽5 × 稲不足1 = 5

法 = 稲不足1 + 粃盈1 + 菽盈3 = 5

稲 = 稲実30 ÷ 法5 = 6 (斗)

粃 = 粃実15 ÷ 法5 = 3 (斗)

菽 = 菽実5 ÷ 法5 = 1 (斗)

この計算には一般性がなく、数学的な誤謬がある。

稲9、粃7、菽5は、買う分量として仮定した斗数、それに対する盈分、不足分は、総額8銭との差になるはずである。ところが、術文の「稲の不足1、粃の盈1、菽の盈3」を8銭との差とするならば、稲9銭、粃7銭、菽5銭ということになり、それぞれの10斗の単価に相当する。買うべき総量は10斗であるので、1種類の穀物だけを買ったと仮定した場合のそれぞれの盈不足分に相当する。つまり、 (a, b, c) が $(10, 0, 0)$, $(0, 10, 0)$, $(0, 0, 10)$ となる場合を仮定したことになる。その数値を用いて8銭で2物10斗を買う場合を求めるならば、前問と同類の盈不足問題となり、 $(5, 5, 0)$, $(7.5, 0, 2.5)$, $(0, 15, -5)$ が得られる。3物を買うという条件を満たすために、 $(5, 5, 0)$ から c を1斗を増やそうとすれば、 b を2斗減らし、 a を1斗増やせば、ちょうど10斗で8銭になる。このように考えれば、盈不足術を適用して不定方程式が解ける。

ところが、術文では、3物の盈不足分をそのまま置算し、盈不足術に無理矢理当てはめて直ちに $(a, b, c) = (6, 3, 1)$ を導こうとするために、上段に置く数値は10斗ではなく、その代金である稲9銭、粃7銭、菽5銭にすり替えてしまう。3つの盈不足分の総和5(=稲不足1 + 粃盈1 + 菽盈3)を法とするならば、上下2数の「互乗」によって得られる「実」は $(30, 15, 5)$ でなくてはならない。そこで、上記のような組み合わせを任意に捻出したのである。

『数』『算術書』や『九章算術』において、数学的にまったく無意味な解法になっ

ているものは皆無であり、この術文はきわめて異例というべきである。3元1次不定方程式が難題中の難題であったことは、『九章算術』を発展させた『張邱建算経』でも不完全な術文しか見出せないでいるところに明示される。しかしながら、正しい解法が導き出せないでいたとしても、秦代の数学書においてすでに3元1次不定方程式の問題が扱われていたということは、これまで誰も予想しえなかった衝撃的な発見である。ただし紀元前250年頃、アルキメデスがエラトステネスに宛てた手紙の中に「アルキメデスの牛の問題」と呼ばれる、8つの未知数と7つの独立した式を持つ不定方程式の問題が記述されていることに留意する必要がある。

(二一一) □ [同贏] 不足以爲法。如法而得一錢⁽¹⁶⁾。 0905

訓読：…贏・不足を同せて法と為す。法の如くして一錢を得。

訳：…盈分と不足分を加え合わせて法とする。実を法で割ると銭を単位とする答えを得る。

注：(16) この断片は、術文の一部であり、もう1つ別の盈不足題があったと推察される。

(二一二) □一。述(術)曰、以(七十) 錢爲法。以三錢乗□□□□□□^{(17) (18)} 1655

訓読：…一。術に曰く、七十銭を以て法と為す。三銭を以て…に乘じ、…

訳：…1。術にいう、70銭を法とする。3銭を…に乘じ、…

注：(17) カラー版では6文字分あるが、赤外線版では欠落している。

(18) 術文の形式から言えば、盈不足術を用いた設問ではない。70銭に対する3銭の何かを求める比例計算(『九章算術』の今有術)であろうか。

(二一三) [今] 有園(圓)材藿(埋)地。不智(知)小大。斲之、入材一寸而得平一尺。問、材周大幾可(何)。即曰、半平得五寸、令相乘也。以深 0304

(二一四) 一寸爲法。如法得一寸。有(又)以深益之、即材徑也^{(19) (20)}。 0457

訓読：今、円材の地に埋まる有り。小大を知らず。之を斲るに、材に入ること一寸にして平一尺を得たり。問う、材の周の大きさは幾何ぞ。即ち曰く、平を半にして五寸を得て、相乗せしむるなり。一寸を法と為す。法の如くして一寸を得。又た深さを以て之に益せば、即ち材の径なり。

訳：今、地中に埋められた円材(円柱の材木)があり、大きさはわからない。円材を切っ

て行くと、材木の深さが1寸になったところで、平面の長さが1尺になった。問う、材の周囲の大きさはどのくらいか。即ちいう、平面の長さを半分にすると5寸が得られ、それを自乗し実とする。(切った深さ)1寸を法とする。実を法で割ると寸を単位とする長さを得る。それに深さを加えると、ただちに円材の直径になる。

注：(19)『九章算術』句股章に同類の問題が見られる。

今有圓材埋在壁中。不知大小。以鑿鑿之、深一寸、鑿道長一尺。問徑幾何。

答曰、材徑二尺六寸。術曰、半鑿道自乘、如深寸而一、以深寸増之、即材徑。

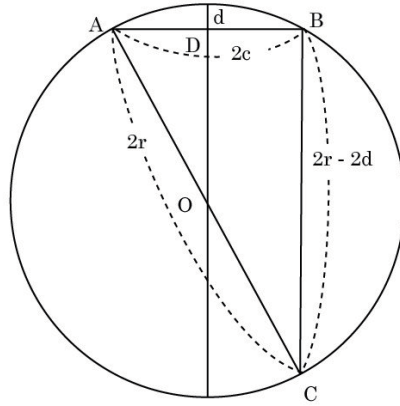
円材が地中に埋まっていたのを壁中に変更し、鑿(のこぎり)を用いて切ることを明述しているが、設定は同じである。『九章算術』との直接的な継承関係があることを示す算題として、大いに注目される。

(20) ここでは解法の数理に関する論及はない。『九章算術』句股章では、三平方の定理(句股弦の定理)とその応用問題を扱っており、直角三角形($a, b < c$)において、 $a^2 + b^2 = c^2$ (句²+股²=弦²) およびそれを変形した $a^2 = c^2 - b^2 = (c + b)(c - b)$ の公式(句冪=股弦和・股弦差、「出入相補定理」と呼ばれる)を用いた解法を展開する。これを用いれば、本題の解法は以下のように考えられる。

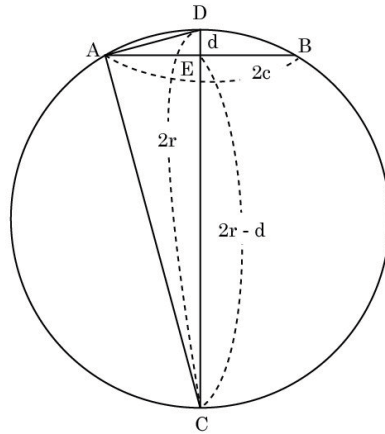
円材の切り口の断面図を考えると、図2のように三辺が $AC=2r$, $AB=2c$, $BC=2r-2d$ の直角三角形ABCができる。各辺の長さを半分にすれば同じく直角三角形AODができるが、これに三平方の定理を適用すれば、

$r^2 = c^2 + (r-d)^2$ が成り立つ。これより直径 $2r$ を求めると $2r = \frac{c^2}{d} + d$ が得られ、術文の「半平得五寸、令相乗也。以深一寸爲法。如法得一寸。有以深益之、即材徑也」と一致する。

ところが、『数』の段階で、三平方の定理を理解していたかどうかは疑問である。『数』でも『算数書』でもその類題や三平方の定理に密接に関わっている平方根の精密値を導く算法(開平方術)は見出せない。しかも、『算数書』において盈不足術を応用して平方根の近似値を求めていることが、その傍証である。さらにこの問題については、三平方の定理に依らなくても、下記のように三角形の相似計算を用いて解くことができる。



円材の切り口の長さ $AB=2c$ 、深さ $DE=d$ 、直径 $DC=2r$ とし、図3のように点 $A\sim E$ を定める。このとき、三角形 AED と三角形 CEA は相似であるから、 $\frac{AE}{ED} = \frac{CE}{EA}$ 。従って $\frac{c}{d} = \frac{2r-d}{c}$ である。これより直径 $2r = \frac{c^2}{d} + d$ が得られる。



このように三角形の相似計算から三平方の定理の応用術へと発展したのであれば、中国数学の基礎理論の形成を考える上できわめて興味深い。[4]を参照。

(二一五) 五、同之五斗。問得米幾可(何)。曰、廿一分斗之五。其朮(術)曰、置一人而四倍之、爲廿一⁽²¹⁾ 0889

訓読：…五、之を同せて五斗。問う、米を得ること幾何ぞ。曰く、二十一分斗の五。其の

術に曰く、一人を置きて之を四倍して二十一と為す。…

訳：…5、それらを加え合わせると5斗になる。問う、それぞれが得た米はどのくらいか。

答えにいう、 $\frac{5}{21}$ 斗。その術にいう、1人分 $(5\frac{1}{4})$ を置いて、4倍して、21とし、法とする。…

注：(21) 問いの文が欠落していて、米の総量が5斗であることしかわからない。答えによると、それを21で割っている。術文では、置算した1人分を4倍して21という数値を導いているから $5\frac{1}{4}$ を置いたことになる。しかし、冒頭の「五」とともにどのような条件を設定しているのか不明である。

(二一六) □ 爲 \square 法。有(又)置五斗、五倍之爲實。=(實)如法一。 0885

訓読：……法と為す。又た五斗を置き、之を五倍して実と為す。実、法のごとくして一とす。

訳：……法とする。また、5斗を置き、これを5倍して、(得られた25を)実とする。

実を法で割る。

(二一七) \square [幾] 可(何)。曰、四升有(又)七分升一。實爲 \square 1657

訓読：…幾何ぞ。曰く、四升又七分升の一。実を…と為す…

訳：どのくらいか。答えにいう、 $4\frac{1}{7}$ 升。実を…とする…

(二一八) \square \square 乘曰一 \square \square 1844

訓読：…乗ず。曰く一…

訳：…掛ける。いう、1…

(二一九) ……六……兩九朱(銖)十三分朱(銖)三。 J12

訓読：…六…兩九銖十三分銖の三。

訳：…6…兩 $9\frac{3}{13}$ 銖。

参考文献

[1] 朱漢民、陳松長主編『岳麓書院藏秦簡(貳)』上海辭書出版社(2011年12月)

[2] 張家山漢簡『算数書』研究会編『漢簡『算数書』-中国最古の数学書-』朋友書店(2006年10月)

- [3] 馬彪「『算數書』之“益粟”“與田”考」簡帛網(2006年11月22日)
(http://www.bsm.org.cn/show_article.php?id=467)
- [4] 田村誠、張替俊夫「新たに出現した二つの古算書—『數』と『算術』」大阪産業大学論集 人文・社会科学編9号(2010年6月)
- [5] 陳松長「岳麓書院所藏秦簡綜述」、文物(2009年第3期)
- [6] 肖燦、朱漢民「岳麓書院藏秦簡《數書》中的土地面積計算」湖南大學學報(社會科學版)(2009年第23卷第2期)
- [7] 許道勝「提封詞源考」湖南大學學報(社會科學版)(2009年第23卷第4期)
- [8] 肖燦、朱漢民「周秦時期穀物測算法及比重觀念——岳麓書院藏秦簡《數》的相關研究」自然科學史研究(2009年第28卷第4期)
- [9] 肖燦、朱漢民「岳麓書院藏秦簡《數》的主要內容及歷史價值」中國史研究(2009年第3期)
- [10] 朱漢民、肖燦「從岳麓書院藏秦簡《數》看周秦之際的幾何學成就」中國史研究(2009年第3期)
- [11] 彭浩「岳麓書院藏秦簡《數》中的“救(求)”字」簡帛網(2009年11月30日)
(http://www.bsm.org.cn/show_article.php?id=1184)
- [12] 陳偉「岳麓書院藏秦簡《數》書J9+J11中的“威”字」簡帛網(2010年2月8日)
(http://www.bsm.org.cn/show_article.php?id=1217)
「岳麓書院藏秦簡校讀」(第三則)武漢大學簡帛研究中心主辦『簡帛』第五輯 上海古籍出版社(2010年10月)に再録
- [13] 陳松長「岳麓書院藏秦簡說略」經學今詮五編(中國哲學第26輯)遼寧教育出版社(2010年5月)
- [14] 許道勝、李薇「從用語“術”字的多樣表達看岳麓書院秦簡《數》書的性質」史學集刊(2010年第4期)
- [15] 許道勝、李薇「岳麓書院秦簡《數》“營軍之述(術)”算題解」簡帛網(2010年7月9日)
(http://www.bsm.org.cn/show_article.php?id=1272)
自然科學史研究(2011年第30卷第2期)に再録
- [16] 肖燦、朱漢民「勾股新證——岳麓書院藏秦簡《數》的相關研究」自然科學史研究(2010年第29卷第3期)
- [17] 肖燦「從《數》的“與(與)田”、“稅田”算題看秦田地租稅制度」湖南大學學報(社會科學版)(2010年第24卷第4期)
- [18] 王勇、唐俐「“走馬”爲秦爵小考」湖南大學學報(社會科學版)(2010年24卷第4期)

- [19] 鄒大海「從出土竹簡看中國早期委輸算題及其社會背景」湖南大學學報(社會科學版)(2010年第24卷第4期)
- [20] 彭浩「談秦漢數書中的“輿田”及相關問題」、簡帛網(2010年8月6日)
(http://www.bsm.org.cn/show_article.php?id=1281)
- [21] 陳偉「秦漢算術書中的“輿”與“益粟”」簡帛網(2010年9月13日)
(http://www.bsm.org.cn/show_article.php?id=1300)
- [22] 許道勝、李薇「岳麓書院所藏秦簡《數》釋文校補」江漢考古(2010年第4期)
- [23] 肖燦「秦簡《數》之“秬程”、“粟爲米”算題研究」湖南大學學報(社會科學版)(2011年第25卷第2期)
- [24] 許道勝「岳麓書院藏秦簡《數》書疑難語詞集釋」簡帛網(2012年2月2日)
(http://www.bsm.org.cn/show_article.php?id=1629)
- [25] 大川俊隆「岳麓書院藏秦簡『數』 詁注稿(1)」大阪産業大學論集人文・社会科学編16号(2012年10月)
- [26] 田村誠「岳麓書院藏秦簡『數』 詁注稿(2)」大阪産業大學論集人文・社会科学編17号(2013年2月)
- [27] 大川俊隆「秦漢における穀物換算率について」大阪産業大學論集人文・科学編116号(2005年6月)
- [28] 馬場理恵子「『九章算術』 詁注稿(5)」大阪産業大學論集人文・社会科学編6号(2009年6月)
- [29] 馬場理恵子「『九章算術』 詁注稿(6)」大阪産業大學論集人文・社会科学編7号(2009年10月)
- [30] 大川俊隆、初山明、張春龍「里耶秦簡中の刻齒簡と『數』中の未解讀簡」大阪産業大學論集人文・社会科学編18号(2013年6月)
- [31] 大川俊隆「『周禮』における齋字について」小南一郎編『中国古代禮制研究』京都大學人文科學研究所(1995年)
- [32] 馬場理恵子、吉村昌之「岳麓書院藏秦簡『數』 詁注稿(3)」大阪産業大學論集人文・社会科学編18号(2013年6月)
- [33] 田村誠、張替俊夫「岳麓書院『數』 衰分類未解讀算題二題の解讀」大阪産業大學論集人文・社会科学編18号(2013年6月)
- [34] 吳朝陽「嶽麓秦簡《數》之“石”、穀物堆密度與出米率」簡帛網(2013年1月30日)
(http://www.bsm.org.cn/show_article.php?id=1826)
- [35] 角谷常子、張替俊夫「『九章算術』 詁注稿(7)」大阪産業大學論集人文・社会科学

編 8 号 (2010年 2 月)

- [36] 角谷常子「岳麓書院藏秦簡『数』訳注稿(4)」大阪産業大学論集人文・社会科学編 19号(2013年10月)
- [37] 大川俊隆「張家山漢簡『算数書』中の「従」字について」(『中国学の十字路—加地伸行博士古稀記念論集』研文出版、2006年4月)に収入
- [38] 田村誠、吉村昌之「『九章算術』訳注稿(9)」大阪産業大学論集人文・社会科学編 10号(2010年10月)
- [39] 吳朝陽「嶽麓秦簡《數》之“乘方亭術”」簡帛網(2013年1月30日)
(http://www.bsm.org.cn/show_article.php?id=1825)
- [40] 魯家亮「嶽麓書院藏秦簡『數』八四～一〇二號簡の配列問題について」中國出土資料研究第17號(2013年3月)
- [41] 小寺裕、張替俊夫「岳麓書院藏秦簡『数』訳注稿(5)」大阪産業大学論集人文・社会科学編20号(2014年2月)