

# 『九章算術』 訳注<sup>†</sup> 稿 (23)

吉 村 昌 之

中国古算書研究会

大川 俊隆、小寺 裕、角谷 常子

田村 誠、馬場 理恵子、張替 俊夫、吉村 昌之

Translation and Annotation of “The Nine Chapters  
on the Mathematical Art (九章算術)” Vol. 23

YOSHIMURA Masayuki

## Abstract

“The Nine Chapters on the Mathematical Art” was the oldest book of mathematics in China before the unearthing of “Suan-shu shu.” The aim of our research is to provide a complete translation and annotation of it including annotations of Liu Hui (劉徽) and Li Chunfeng (李淳風) from the viewpoint of our previous work on “Suan-shu shu.”

This is the twenty-second article based on our research and results in which we studied the problems 11 to 15 of Chapter 7, Yingbuzu (盈不足).

『九章算術』は『算数書』出土以前は数学書としては中国最古のものであった。我々は、我々の『算数書』研究を起点に、『九章算術』の劉徽注、李淳風注を含めた訳注を完成させることを目的としている。

本論文では、盈不足章の算題 [一一] ～ [一五] に対する訳注を与える。

---

<sup>†</sup>This work was supported by JSPS KAKENHI Grant Numbers 24501252 and 25350388.  
平成28年2月8日 原稿受理

[一一]今有蒲生一日長三尺、莞生一日長一尺。蒲生日自半。莞生日自倍。問幾何日而長等。答曰、二日十三分日之六。各長四尺八寸十三分寸之六。

術曰、假令二日、不足一尺五寸。令之三日、有餘一尺七寸半<sup>[-][14]</sup>。

**校訂：**[一]戴震は、以下に「以盈・不足維乘假令之數、并爲實。并盈・不足爲法。實如法而一、得日數。不盡者、等數約之而命分。以後一日所長乘日分子、如日分母而一、各増二長、爲二物共出齊等之數」が抜けていると云う。しかし、ここでは省略と見て採らない。

**訓読：**今、蒲<sup>(56)</sup>は生ずるの一日にして三尺を長じ、莞<sup>(57)</sup>は生ずるの一日にして一尺を長ずるもの有り。蒲の生ずること日ごとに自ら半す。莞の生ずること日ごとに自ら倍す。問う、幾何日にして長さ等しきや。答えに曰う、二日十三分日之六。各おの長は四尺八寸十三分寸之六。

術に曰う、仮令に二日なれば、一尺五寸を不足す。之をして三日たらしむれば、一尺七寸半を余す有り<sup>(58)</sup>。

**注：**(56)「蒲」とは、がま科の多年生植物、淡水の水ぎわに生じる草の名。『説文解字』卷一下・艸部に「蒲、水艸也。或以作席。從艸浦聲」とある。

(57)「莞」とは、ふとい、別名太藺(おおい)。カヤツリグサ科の多年草。『説文解字』卷一下・艸部に「莞、艸也。可以作席。從艸完聲」とある。

(58) 本題での計算は次の通りである。

	初日	2日目	3日目
蒲	3尺	$3 + 3 \times \frac{1}{2} = 4\frac{1}{2}$ 尺	$3 + 3 \times \frac{1}{2} + 3 \times \frac{1}{2^2} = 5\frac{1}{4}$ 尺
莞	1尺	$1 + 1 \times 2 = 3$ 尺	$1 + 1 \times 2 + 1 \times 2^2 = 7$ 尺

2日なら、莞は、 $4\frac{1}{2} - 3 = 1\frac{1}{2}$ 尺(=15寸)不足し、3日なら、莞は、 $5\frac{1}{4} - 7 = -1\frac{3}{4}$ 尺で $1\frac{3}{4}$ 尺(17 $\frac{1}{2}$ 寸)余る。これを盈不足術にあてはめると、次の式が成りたつ。

$$\frac{2日 \times 17\frac{1}{2}寸 + 3日 \times 15寸}{15寸 + 17\frac{1}{2}寸} = 2\frac{6}{13} \approx 2.4615$$

すなわち $2\frac{6}{13}$ 日で蒲と莞は等しい長さとなる。つぎにその時点での両者の長さを求める。これを莞で計算すると、莞は初日で1尺、2日目で2尺、合わせて3尺(30寸)伸びている。3日目で4尺伸びるが、実は $\frac{6}{13}$ 日であるので、実際は、 $4 \times \frac{6}{13}$ 尺(18 $\frac{6}{13}$ 寸)伸びることになる。すなわち、

$$3 \text{ 尺} + (4 \text{ 尺} \times \frac{6}{13} \text{ 日}) = 4 \frac{11}{13} \text{ 尺} = 4 \text{ 尺} 8 \frac{6}{13} \text{ 寸}$$

となる。

ところが、この解法は正確ではない。これを現在の数学で解くと、次のようになる。 $x$  日目、蒲と莞の生長数をそれぞれ  $S$ 、 $S'$  とおくと、

$$\text{蒲} \quad S = 3 + 3 \times \frac{1}{2} + 3 \times \frac{1}{2^2} \cdots \cdots + 3 \times \frac{1}{2^{x-1}} \quad \cdots (1)$$

$$\text{—) } \frac{1}{2}S = 3 \times \frac{1}{2} + 3 \times \frac{1}{2^2} \cdots \cdots + 3 \times \frac{1}{2^{x-1}} + 3 \times \frac{1}{2^x} \quad \cdots (2)$$

$$\frac{1}{2}S = 3 - 3 \times \frac{1}{2^x} \quad \cdots (1) - (2)$$

ゆえに  $S = 6 - 6 \times \frac{1}{2^x}$  を得る。

$$\text{莞} \quad S' = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \cdots \cdots + 2^{x-1} \quad \cdots (3)$$

$$\text{—) } 2S' = 2 + 2^2 + 2^3 + \cdots \cdots + 2^{x-1} + 2^x \quad \cdots (4)$$

$$-S' = 1 - 2^x \quad \cdots (3) - (4)$$

ゆえに  $S' = 2^x - 1$  を得る。

ここで  $S = S'$  より  $6 - 6 \times \frac{1}{2^x} = 2^x - 1$ 、さらに  $X = 2^x$  とおくと、 $6 - \frac{6}{X} = X - 1$  となる。これを  $X$  について整理すると、 $X^2 - 7X + 6 = (X - 6)(X - 1) = 0$  となり、これを解くと  $X = 1$ 、 $6$  となる。ここで  $X = 1$  のとき、 $x = 0$  となるので不適。従って正答は  $X = 6$  のとき、 $x = \log_2 6 \doteq 2.585$  を得る。

『算数書』「方田」題では面積は 1 畝 = 240 平方歩の正方形の田の 1 辺を求めるのに開平法を用いずに、盈不足術で代用して近似計算を行っている。

方田。田一畝方幾何歩。曰、方十五歩卅一分歩十五。朮(術)曰、方十五歩不足十五歩、方十六歩有餘(餘)十六歩。曰、并贏・不足以爲法。不足子乘贏母、贏子乘不足母、并以爲實。復之、如啓廣之朮(術)。

ここでは、田の 1 辺の長さを 15 歩とすると田の面積は  $15 \times 15 = 225$  平方歩となるので 15 平方歩不足する。また 1 辺の長さを 16 歩とすると田の面積は  $16 \times 16 = 256$  平方歩となるので 16 平方歩余る。そこで盈不足術をあてはめると、田の 1 辺の長さとして

$$\frac{15 \text{ 歩} \times 16 \text{ 平方歩} + 16 \text{ 歩} \times 15 \text{ 平方歩}}{15 \text{ 歩} + 16 \text{ 歩}} = \frac{480}{31} = 15 \frac{15}{31} \text{ 歩} \doteq 15.4839 \text{ 歩} \text{ を得ている。ただこの値は}$$

本題と同様に近似値である。この算題での正答は  $\sqrt{240} = 4\sqrt{15} = 15.4919$  歩である。

訳：今、蒲が生えたその日に 3 尺伸びる、莞が生えたその日に 1 尺伸びる、そのような蒲

と莞がある。蒲の生長率は前日の半分である。莞の生長率は前日の2倍である。問う、何日で長さは等しくなるか。

答えにいう、 $2\frac{6}{13}$ 日、それぞれの長さは4尺 $8\frac{6}{13}$ 寸。

術にいう、かりに2日であれば、莞は1尺5寸が不足する。かりに3日であれば、莞は1尺 $7\frac{1}{2}$ 寸あまる。

[14] [劉注] 按、「假令二日、不足一尺五寸」者、蒲生二日、長四尺五寸、莞生二日、長三尺、是爲未相及一尺五寸、故曰不足。「令之三日、有餘一尺七寸半」者、蒲増前七寸半、莞増前四尺、是爲過一尺七寸半、故曰有餘。以盈不足乘除之。又以後一日所長各乘日分子、如日分母而一者、各得日分子之長也。故各増二〔日定〕<sub>[-]</sub>長、即得其數。

校訂：[-]李潢の校訂にしたがうと「故各増二長」は、「故各増二日定長」とするべきである。

訓読：按ずるに、「假令に二日なれば、一尺五寸を不足す」とは、蒲は生じて二日にして、長さは四尺五寸、莞は生じて二日にして、長さは三尺、是れ未だ相ひ及ばざること一尺五寸と爲す、故に「不足す」と曰う。「之をして三日たらしむれば、一尺七寸半を余す有り」とは、蒲は前に増すこと七寸半、莞は前に増すこと四尺、是れ過ぐること一尺七寸半と爲す、故に「余す有り」と曰う。盈・不足を以て之を乗除す、又、後の一日の長ずる所を以て各おの日の分子に乘じ、日の分母の如くして一とすれば、各おの日の分子<sup>(59)</sup>の長を得る也。故に各おの二日の定長に増せば、即ち其數を得<sup>(60)</sup>。

注：(59) ここの「分子」の意味は不詳。我々は「分子」を衍字と見て訳さない。

(60) 莞の例で考えると、1日目は1尺で、2日目は3尺である。蒲と同じ長さになるのが $2\frac{6}{13}$ 日であるから、3日目の生長は $4尺 \times \frac{6}{13}日 = \frac{24}{13}尺$ となる。その長さは、式で表すと、 $1尺 + 2尺 + \frac{24}{13}尺 = 4\frac{11}{13}尺 = 4尺8\frac{6}{13}寸$ となる。

「後一日の長ずる所を以て」以下の意味するところは、次の通りである。

「後の一日」とは、莞の3日目の生長数4尺を云う。この4尺に答え $(\frac{6}{13})$ の分子6を乘じ $(4 \times 6)$ 、答えの分母13で割ってやると、3日目途中の $\frac{6}{13}$ 日までの生長数 $(\frac{24}{13}尺)$ が得られる。そこで莞の1日目(1尺)と2日目(2尺)の生長数をこれに加えると、莞の3日目途中の $\frac{6}{13}$ 日までの生長数(4尺 $8\frac{6}{13}$ 寸)が得られる。

訳：按ずるに、「かりに2日であれば、1尺5寸が不足する」とは、蒲は生えてから2日で、長さは4尺5寸(45寸)になり、莞は生えてから2日で、長さは3尺(30寸)になるが、これでは莞は蒲に1尺5寸(15寸)及ばない。ゆえに「不足する」というのである。

また、「かりに3日であれば、1尺7 $\frac{1}{2}$ 寸余る」とは、蒲は前より7 $\frac{1}{2}$ 寸増え、莞は前より4尺(40寸)増えており、これでは(莞は蒲を)1尺7 $\frac{1}{2}$ 寸超える。ゆえに「余す有り」というのである。盈不足術によってこれを乗除すると2 $\frac{6}{13}$ 日という答えがでる。また3日目に伸びる蒲と莞の長さ( $\frac{3}{4}$ 尺と4尺)を答えの分数の分子(6)に掛け、分母(13)で割ってやると、蒲と莞の3日目途中までの長さが得られる。そこで、この値を定長(2日目までの蒲と莞の伸びた長さ)に加えると、蒲と莞の3日目 $\frac{6}{13}$ 日までの長さが得られる。

[一二]<sub>[-]</sub>今有垣厚五尺、兩鼠對穿。大鼠日一尺、小鼠亦日一尺。大鼠日自倍、小鼠日自半。問幾何日相逢。各穿幾何。答曰、二日十七分日之二。大鼠穿三尺四寸十七分寸之十二、小鼠穿一尺五寸十七分寸之五。

術曰、假令二日、不足五寸。令之三日、有餘三尺七寸半<sup>[15]</sup>。

校訂：[-]四庫全書本では、この算題は[二〇]の後におく。われわれは算経十書本に従う。

訓読：今、垣の厚さは五尺、兩鼠對穿する有り。大鼠は日に一尺、小鼠も亦た日に一尺。大鼠は日ごとに自ら倍し、小鼠は日ごとに自ら半す。問う、幾何日にして相い逢うや。各おの穿つこと幾何ぞ。答えに曰う、二日十七分日の二。大鼠穿つこと三尺四寸十七分寸の十二、小鼠穿つこと一尺五寸十七分寸の五。

術に曰う、仮令に二日なれば、五寸を不足す。之れをして三日たらしむれば、三尺七寸半を余す有り<sup>(61)</sup>。

注：(61) 本題での計算は次の通りである。

	初日	2日目	3日目
大鼠	1尺	$1 + 1 \times 2 = 3$ 尺 = 30寸	$1 + 2 + (2 \times 2) = 7$ 尺 = 70寸
小鼠	1尺	$1 + 1 \times \frac{1}{2} = 1\frac{1}{2}$ 尺 = 15寸	$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{7}{4}$ 尺 = 17 $\frac{1}{2}$ 寸

垣の厚さは、5尺=50寸であるから、2日目は、 $50 - (30 + 15) = 5$ 寸足りない。3日目は、 $50 - (70 + 17\frac{1}{2}) = -37\frac{1}{2}$ となり37 $\frac{1}{2}$ 寸あまる。これを盈不足術にあてはめると、次の式が成りたつ。

$$\frac{2日 \times 37\frac{1}{2}寸 + 3日 \times 5寸}{5寸 + 37\frac{1}{2}寸} = 2\frac{2}{17}日 \approx 2.11765$$

次に大鼠・小鼠の掘った長さを求める。大鼠が2 $\frac{2}{17}$ 日で掘った長さを求める。2

日で30寸を掘っており、あと $\frac{2}{17}$ 日に掘るのは、 $4\frac{12}{17}$ 寸 ( $40寸 \times \frac{2}{17}$ ) であり、合計3尺 $4\frac{12}{17}$ 寸となる。小鼠が $2\frac{2}{17}$ 日で掘った長さを求める。2日で15寸掘っており、あと $\frac{2}{17}$ 日に掘るのは、 $\frac{5}{17}$ 寸 ( $\frac{10}{4}寸 \times \frac{2}{17}$ ) であり、合計1尺 $5\frac{5}{17}$ 寸となる。

しかし、前の算題 [一] と同様、この解法は正確ではない。これを現在の数学で解くと、次のようになる。 $x$ 日目の大鼠と小鼠の掘った長さをそれぞれ $S$ 、 $S'$  とおくと、

$$\text{大鼠} \quad S = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{x-1} \quad \dots (5)$$

$$\text{—) } 2S = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{x-1} + 2^x \quad \dots (6)$$

$$-S = 1 \qquad \qquad \qquad -2^x \dots (5) - (6)$$

ゆえに $S = 2^x - 1$ を得る。

$$\text{小鼠} \quad S' = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} \dots + \frac{1}{2^{x-1}} \quad \dots (7)$$

$$\text{—) } \frac{1}{2}S' = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} \dots + \frac{1}{2^{x-1}} + \frac{1}{2^x} \quad \dots (8)$$

$$\frac{1}{2}S' = 1 \qquad \qquad \qquad -\frac{1}{2^x} \dots (7) - (8)$$

ゆえに $S' = 2 - 2 \times \frac{1}{2^x}$ を得る。

ここで $S + S' = 5$ より $2^x - 1 + 2 - 2 \times \frac{1}{2^x} = 5$ 、さらに $X = 2^x$ とおくと、 $X + 1 - \frac{2}{X} = 5$ となる。これを $X$ について整理すると、 $X^2 - 4X - 2 = 0$ となり、これを解くと $X = 2 \pm \sqrt{6}$ となる。ここで $X = 2 - \sqrt{6}$ のとき $X < 0$ となるので不適。従って正答は $X = 2 + \sqrt{6}$ のとき、 $x = \log_2(2 + \sqrt{6}) \doteq 2.15364$ を得る。

**訳：**今、垣の厚さは5尺(50寸)であり、2匹の鼠が向かい合って掘った。大鼠は1日に1尺(10寸)を、小鼠もまた1日に1尺(10寸)を掘る。大鼠は日ごとに掘る率が2倍になり、小鼠は日ごとに半分となる。問う、何日に出逢うか。また、それぞれいくら掘るか。

答えにいう、 $2\frac{2}{17}$ 日。大鼠は3尺 $4\frac{12}{17}$ 寸を掘り、小鼠は1尺 $5\frac{5}{17}$ 寸を掘る。

術にいう、かりに2日であれば、5寸を不足する。かりに3日であれば、3尺 $7\frac{1}{2}$ 寸あまる。

[15] [劉注]<sub>[-]</sub>大鼠日倍、二日合穿三尺。小鼠日自半、合穿一尺五寸、并大鼠所穿、合 [四] <sub>[-]</sub>尺五寸。課於垣厚五尺、是爲不足五寸。令之三日、大鼠穿得七尺、小鼠穿得一尺七寸半、并之、以減垣厚五尺、有餘三尺七寸半。以盈不足術求之、即得。以後一日所穿乘日分子、如日分

**母而一、即各得日分子之中所穿。故各増二日定穿、即合所問也。**

**校訂：**〔一〕算経十書本では、以下の「大鼠日倍」から「即合所問也」までを本文とするが、李潢の校訂に従い、これは劉徽注とする。

〔二〕算経十書本は、「四」字を脱するが、李潢の校訂に従い補う。

**訓読：**大鼠は日ごとに倍し、二日にして合せて三尺を穿つ。小鼠は日ごとに自ら半し、合せて一尺五寸を穿つ、大鼠の穿つ所に并すれば、合せて四尺五寸たり。垣の厚五尺に課せば、是れ五寸を不足すと為す。之れをして三日たらしむれば、大鼠は穿ちて七尺を得、小鼠は穿ちて一尺七寸半を得、之を并せて、以て垣の厚五尺より減ずれば、三尺七寸半を余す有り。盈不足術を以て之を求むれば、即ち得。後一日の穿つ所を以て日の分子に乘じ、日の分母の如くして一とすれば、即ち各おの日の分子<sup>(62)</sup>の中の穿つ所を得。故に各おの二日の定穿に増せば、即ち問う所に合する也<sup>(63)</sup>。

**注：**(62) この「分子」も前題の劉注 [14] と同じく不詳。注 (59) を参照。

(63) 「後一日の穿つ所を以て」以下の意味するところは、次の通りである。

「後の一日」とは、大鼠の3日目の掘る長さ4尺 (=40寸) を云う。この40に答え $(\frac{2}{17})$ の分子2を乗じ $(40 \times 2)$ 、答えの分母17で割ってやると、3日目途中の $\frac{2}{17}$ 日までの掘った数 $(\frac{80}{17}$ 寸)が得られる。そこで大鼠の1日目(1尺)と2日目(2尺)の穿った数をこれに加えると、大鼠の3日目途中の $\frac{2}{17}$ 日までの穿った数 $(3尺4\frac{12}{17}$ 寸)が得られる。

小鼠も同様に計算できる。小鼠の3日目の掘る長さ $\frac{1}{4}$ 尺 (=10寸) を云う。この $\frac{10}{4}$ に答え $(\frac{2}{17})$ の分子2を乗じ $(\frac{10}{4} \times 2)$ 、答えの分母17で割ってやると、3日目途中の $\frac{2}{17}$ 日までの掘った数 $(\frac{5}{17}$ 寸)が得られる。そこで小鼠の1日目(1尺)と2日目( $\frac{1}{2}$ 尺)の掘った数をこれに加えると、小鼠の3日目途中の $\frac{2}{17}$ 日までの掘った数 $(1尺5\frac{5}{17}$ 寸)が得られる。

**訳：**大鼠は1日ごとに(掘る長さが)2倍になり、2日で掘った合計は3尺(30寸)となる。小鼠は1日ごとに半分となり、2日で掘った合計は1尺5寸(15寸)となり、これを大鼠の掘ったものに加えると、合計は4尺5寸(45寸)となる。これを垣の厚さ5尺と比べると、5寸不足する。またかりに3日とすれば、大鼠は7尺(70寸)を掘り、小鼠は1尺7寸半 $(17\frac{1}{2}$ 寸)を掘り、これを加えて、垣の厚さ5尺より引けば、3尺7寸半 $(37\frac{1}{2}$ 寸)余る。盈不足術によって計算すれば、すなわち出逢う日数が得られる。また3日目に掘った長さ $(\frac{80}{17}$ 寸と $\frac{5}{17}$ 寸)を、答えの分数の分子(2)に掛け、分母(17)で割ってやると、大鼠と小鼠が3日目途中までに掘った長さが得られる。そこで、この値を2日目までに掘った長さに増すと、すなわち問いの値に合う。

[一三]今有醇酒一斗、直錢五十、行酒一斗、直錢一十。今將錢三十、得酒二斗。問醇・行酒各得幾何。答曰、醇酒二升半、行酒一斗七升半。

術曰、假令醇酒五升、行酒一斗五升、有餘一十。令之醇酒二升、行酒一斗八升、不足二<sub>[一][16]</sub>。

**校訂：**[一]戴震は、以下に「各以盈・不足維乘之、并爲實。并盈・不足爲法。實如法而一、得二酒之數」が脱けていると云う。しかし、省略と考え採らない。

**訓読：**今、醇酒<sup>(64)</sup>一斗にして、直(値)錢五十、行酒<sup>(65)</sup>一斗にして、直(値)錢一十なる有り。今、將に錢三十にして、酒二斗を得んとす。問う、醇・行酒は各おの得ること幾何ぞ。答えに曰う、醇酒は二升半、行酒は一斗七升半。

術に曰う、仮令に醇酒五升、行酒一斗五升なれば、一十を余す有り。之れをして醇酒二升、行酒一斗八升ならしむれば、二を不足す<sup>(66)</sup>。

**注：**(64)「醇酒」とは、李籍は「厚酒也」とする。『説文解字』卷一四下・酉部に「醇、不澆酒」とあり、段注に、「一色成体謂之醇」とある。また、『漢書』卷五・景帝紀に「高廟酎、奏武德・文始・五行之舞」とあり、師古注に、「酎、三重釀、醇酒也。味厚、故以薦宗廟」とある。ここでは濃い酒、混じりけがない酒の意味。

(65)「行酒」とは、李籍は「市酒也」とする。『説文解字』卷一四下・酉部に「醢、泛齊、行酒也。從酉監聲」とあり、段注に、「行酒未聞、疑是貨物行散之行、謂行用之酒也」とある。ここでは一般に流通している酒の意味。

(66) 本題の計算は次の通りである。

醇酒10升(1斗)で50銭、行酒10升(1斗)で10銭であるから、醇酒が5升で25銭、行酒が15升で15銭、合計20升で40銭となり、10銭が余る。醇酒が2升で10銭、行酒が18升で18銭、合計20升で28銭となり、2銭が不足する。

これを盈不足術にあてはめると、次の式が成り立つ。

$$\text{醇酒} : \left[ \begin{array}{cc} 5 & 2 \\ 10 & 2 \end{array} \right] \frac{5\text{升} \times 2\text{銭} + 2\text{升} \times 10\text{銭}}{10\text{銭} + 2\text{銭}} = \frac{30}{12} = 2 \frac{1}{2} \text{升}$$

$$\text{行酒} : \left[ \begin{array}{cc} 15 & 18 \\ 10 & 2 \end{array} \right] \frac{15\text{升} \times 2\text{銭} + 18\text{升} \times 10\text{銭}}{10\text{銭} + 2\text{銭}} = \frac{210}{12} = \frac{35}{2} = 17 \frac{1}{2} \text{升} = 1 \text{斗} 7 \frac{1}{2} \text{升}$$

**訳：**今、醇酒は1斗(10升)で、値50銭であり、行酒は1斗(10升)で、値10銭である。今、30銭で、酒2斗(20升)を得ようとする。問う、醇酒・行酒の量はそれぞれいくらか。



答えにいう、醇酒は2升半 ( $2\frac{1}{2}$ 升)、行酒は1斗7升半 ( $17\frac{1}{2}$ 升)。

術にいう、かりに醇酒が5升で、行酒が1斗5升 (15升) であれば、10銭余る。かりに醇酒が2升で行酒が1斗8升 (18升) であれば、2銭不足する。

[16] [劉注] 據醇酒五升、直 (値) 錢二十五、行酒一斗五升、直 (値) 錢十五。課於三十、是爲「有餘十」。據醇酒二升、直 (値) 錢一十、行酒一斗八升、直 (値) 錢一十八。課於三十、是爲「不足二」。以盈不足術求之。此問已有重 (説) [設]<sub>[-]</sub> 及其齊同之意也。

校訂：[-]李潢の校訂にしたがうと「説」は、「設」とするべきである。

訓読：醇酒五升にして、値は錢二十五、行酒一斗五升にして、値は錢十五に拠りて、三十に課すれば<sup>(67)</sup>、是れ「十余す有り」と爲す。醇酒二升にして、値は錢一十、行酒一斗八升にして、値は錢一十八に拠りて、三十に課すれば、是れ「二を不足す」と爲す。盈不足術を以て之を求む。此問は已に重設<sup>(68)</sup>有れば、其の「齊」「同」に及ぶの意也<sup>(69)</sup>。

注：(67)51)の注(51)を参照。「課」は検定の義であったが、そこから引伸して、ここでは「比べる」の義。以下同じ。

(68)ここで「重設」というのは、「醇酒が5升で25銭、行酒が15升で15銭」という設定と、「醇酒が2升で10銭、行酒が18升で18銭」という二つの設定があるからである。

(69) 盈不足章 [九] の[12]劉注に、「欲爲齊同之意。爲齊同者、齊其假令、同其盈朒。通計齊即不盈不朒之正數、故可以并之爲實、并盈・不足爲法」とあるのを参照。

訳：醇酒5升は、値は25銭であり、行酒1斗5升 (15升) は、値は15銭であることに拠れば、30銭と比べると、余りは10銭である。醇酒2升によると、値は10銭であり、行酒1斗8升 (18升) は、値は18銭に拠れば、30銭と比べると、不足は2銭である。盈不足術により計算する。この間はすでに設定が二重であり、それが「齊」「同」に及んでいるという意味である。

[一四] 今有大器五・小器一、容三斛、大器一・小器五、容二斛。問大・小器各容幾何。答曰、大器容二十四分斛之十三、小器二十四分斛之七。

術曰、假令大器五斗、小器亦五斗、盈十斗。令之大器五斗五升、小器二斗五升、不足二斗<sub>[17]</sub>。

訓読：今、大器五・小器一なれば、三斛を容れ、大器一・小器五なれば、二斛を容るる有り。問う、大・小器の各おの容ること幾何ぞ。答えに曰う、大器は二十四分斛の十三を容れ、小器は二十四分斛の七。

術に曰う、仮令に大器は五斗、小器も亦た五斗たれば、十斗を盈す。之をして大器は五斗五升、小器は二斗五升たらしむれば、二斗を不足す<sup>(70)</sup>。

注：(70) 計算は以下の通り。次の劉徽注も同じ計算をしている。

大器と小器の容量は不明であるが、大器が5個・小器が1個であれば容量は3斛(30斗)であり、大器が1個・小器が5個であれば容量は2斛(20斗)である。大器の容量が5斗で、小器の容量も5斗であれば、10斗余る。大器の容量が5斗5升(5 $\frac{1}{2}$ 斗)で、小器の容量が2斗5升(2 $\frac{1}{2}$ 斗)であれば、2斗不足する。

これを盈不足術にあてはめると、次の式が成り立つ。

$$\text{大器は、} \left[ \begin{array}{c} 5 \\ 10 \end{array} \quad \begin{array}{c} 5\frac{1}{2} \\ 2 \end{array} \right] \text{の容量} \frac{5\text{升} \times 2\text{斗} + 5\frac{1}{2}\text{斗} \times 10\text{斗}}{10\text{斗} + 2\text{斗}} = \frac{65}{12}\text{斗} = \frac{13}{24}\text{斛}$$

$$\text{小器は、} \left[ \begin{array}{c} 5 \\ 10 \end{array} \quad \begin{array}{c} 2\frac{1}{2} \\ 2 \end{array} \right] \text{の容量} \frac{5\text{升} \times 2\text{斗} + 2\frac{1}{2}\text{斗} \times 10\text{斗}}{10\text{斗} + 2\text{斗}} = \frac{35}{12}\text{斗} = \frac{7}{24}\text{斛}$$

訳：今、大器5個と小器1個があり、容量は3斛であり、大器1個と小器5個では、容量は2斛である。問う、大・小器の容量はそれぞれいくらか。

答えにいう、大器の容量は $\frac{13}{24}$ 斛、小器の容量は $\frac{7}{24}$ 斛。

術にいう、かりに大器の容量が5斗、小器の容量も5斗であれば、10斗余る。かりに大器の容量が5斗5升、小器の容量が2斗5升であれば、2斗不足する。

[17] [劉注] 按、大器容五斗、大器五容二斛五斗。以減三斛、餘五斗、即小器一所容。故「曰小器亦五斗」。小器五容二斛五斗、大器一〔容五斗〕<sub>[-]</sub>、合爲三斛。課於兩斛、乃多十斗。令之大器五斗五升、大器五合容二斛七斗五升。以減三斛、餘二斗五升、即小器一所容。故曰「小器二斗五升」。大器一容五斗五升、小器五合容一斛二斗五升、合爲一斛八斗。課於二斛、少二斗。故曰「不足二斗」。以盈・不足維乘之、各并爲實。并盈・不足爲法、除之。

校訂：[-]李潢の校訂にしたがうと「大器一」の下に「容五斗」がある。

訓読：按ずるに、大器は五斗を容るれば、大器五は二斛五斗を容る。以て三斛より減ずれば、五斗を余す、即ち小器一の容るる所なり。故に曰う「小器も亦た五斗」と。小器五は二斛五斗を容るれば、大器一は五斗を容る、合せて三斛と爲す。兩斛に課せば、乃ち十斗多し。之れをして大器五斗五升たらしむれば、大器五は合せて二斛七斗五升を容る。以て三斛より減ずれば、二斗五升を余し、即ち小器一の容るる所なり。故に曰う「小器二斗五升」と。大器一は五斗五升を容れ、小器五と合せて一斛二斗五升を容れ、合せて一斛八斗と爲す。二斛に課せば、二斗少し。故に曰う「二斗を不足す」と。盈・

不足を以て之を維乘し、各おの并せて実と為す。盈・不足を并せて法と為し、之を除す。

**訳：**按ずるに、大器の容量が5斗であれば、大器5個の容量は2斛5斗である。これを3斛から減ずると、余りは5斗、つまり小器1個の容量となる。ゆえに「小器も亦た五斗」といっているのである。小器5個の容量が2斛5斗であれば、大器1個の容量5斗と合わせて3斛となる。これを2斛と比べれば、10斗多い。また、かりに大器が5斗5升であれば、大器5個の合わせた容量は2斛7斗5升である。これを3斛から減ずると、余りは2斗5升となるので、小器1個の容量である。ゆえに「小器二斗五升」といっているのである。大器1個の容量は5斗5升、小器5個の合わせた容量は1斛2斗5升であり、これを合わせると1斛8斗となる。2斛と比べると、2斗少ない。ゆえに「二斗を不足する」といっているのである。盈・不足を維乘して、それぞれ合計して実とする。盈・不足を合計して法として、実を割る。

[一五]今有漆三得油四、油四和漆五。今有漆三斗、欲令分以易油、還自和餘漆。問出漆・得油・和漆各幾何。答曰、出漆一斗一升四分升之一、得油一斗五升、和漆一斗八升四分升之三。

術曰、假令出漆九升、不足六升。令之出漆一斗二升、有餘二升<sup>[18]</sup>。

**訓読：**今、漆三は油四を得、油四は漆五を和すること有り。今、漆三斗有り、分けて以て油に易え、さらに自ら余漆を和しめんと欲す。問う、出す漆・得る油・和す漆は各おの幾何ぞ。答えに曰う、出す漆は一斗一升四分升の一、得る油は一斗五升、和す漆は一斗八升四分升の三。

術に曰う、仮令に出す漆九升なれば、不足すること六升。之をして出す漆の一斗二升たらしむれば、二升<sup>(71)</sup>を余す有り。

**注：**(71) 本題の計算は次の通りである。

漆3斗(30升)で油4斗(40升)を得、油4斗(40升)で漆5斗(50升)を和す。出す漆が9升であれば、油 $9 \times \frac{4}{3} = 12$ 升を得、油12升で和す漆は $12 \times \frac{5}{4} = 15$ 升である。このとき漆は $30 - (15 + 9) = 6$ 升不足する。出す漆が12升であれば、油 $12 \times \frac{4}{3} = 16$ 升を得、油16升で和す漆は $16 \times \frac{5}{4} = 20$ 升である。このとき漆は $30 - (12 + 20) = -2$ 升で2升余る。

これを盈不足術にあてはめると、次の式が成りたつ。

$$\text{出す漆} : \frac{9\text{升} \times 2\text{升} + 12\text{升} \times 6\text{升}}{6\text{升} + 2\text{升}} = 11\frac{1}{4}\text{升}$$

得る油： $11\frac{1}{4}$ 升  $\times \frac{4}{3} = 15$ 升

和す漆： $15$ 升  $\times \frac{5}{4} = 18\frac{3}{4}$ 升

現在の数学を用いて解くと、出す漆を $x$ 升とした場合、得る油は $\frac{4}{3}x$ 升、混ぜ合わせる漆は $\frac{5}{4} \times \frac{4}{3}x$ 升となる。出す漆と混ぜ合わせる漆の合計が元の漆3斗になればよいので、 $x + \frac{5}{4} \times \frac{4}{3}x = 30$ を満たす $x$ を求める。

これを解くと、 $\frac{8}{3}x = 30$ より、出す漆は $x = \frac{90}{8} = \frac{45}{4} = 11\frac{1}{4}$ 升。これより、得る油は $\frac{4}{3} \times \frac{45}{4} = 15$ 升、混ぜ合わせる漆は $\frac{5}{4} \times 15 = \frac{75}{4} = 18\frac{3}{4}$ 升が得られる。

訳：今、漆3で油4が得られ、油4は漆5と混ぜ合わせる。今、漆3斗が有る、これを分けて油と交換し、その油で余った漆と混ぜ合わせようとする。問う、出す漆・得る油・混ぜ合わせる漆はそれぞれいくらか。

答えにいう、出す漆は1斗 $1\frac{1}{4}$ 升 ( $11\frac{1}{4}$ 升)、得る油は1斗5升 (15升)、混ぜ合わせる漆は1斗 $8\frac{3}{4}$ 升 ( $18\frac{3}{4}$ 升) である。

術にいう、かりに出す漆が9升であれば、6升不足する。かりに出す漆が1斗2升 (12升) であれば、2升余る。

[18] 按、此術三斗之漆、出九升、得油一斗二升、可和漆一斗五升。餘有二斗一升、則六升無油可和。故曰「不足六升」。令之出漆一斗二升、則易得油一斗六升、可和漆二斗。於三斗之中已出一斗二升、餘有一斗八升。見在油合和得漆二斗、則是「有餘二升」。以盈・不足維乘之爲實。并盈・不足爲法。實如法而一、得出漆升數。求油及和漆者、四・五各爲所求率、四・三各爲所有率、而今有之、即得也。

訓読：按ずるに<sup>(72)</sup>、此術の三斗の漆、九升を出せば、油一斗二升を得、漆一斗五升を和す可し。余り有ること二斗一升、則ち六升は油の和す可き無し。故に曰う「不足すること六升」と。之をして出す漆一斗二升たらしむれば、則ち油一斗六升到易え得、漆二斗を和す可し。三斗の中に於て已に出すこと一斗二升、余り有ること一斗八升。見在の油の漆二斗に合和し得れば<sup>(73)</sup>、則ち是れ「余り有ること二升」とす。盈・不足を以て之を維乗して実と爲す。盈・不足を并せて法と爲す。実、法の如くして一とすれば、出す漆の升数を得。油及び和する漆を求むるは、四・五を各おの所求率と爲し、四・三を各おの所有率と爲して、之を今有すれば、即ち得る也。

注：(72) これは李淳風注であろう。

(73) 「易得」や「合和得」の「得」は結果補語であり、唐代以降の用法である。唐・拾得『詩』十九「獼猴尚教得、人何不憤發」(『全唐詩』卷807)とある。

訳：按じますに、この術で3斗(30升)の漆で、9升を出すと、油1斗2升(12升 $=9 \times \frac{4}{3}$ )を得、漆1斗5升(15升 $=12 \times \frac{5}{4}$ )を混ぜ合わすことができる。余りの漆は2斗1升(21升 $=30-9$ )であるから、6升(21-15)の漆は混ぜ合わすべき油がない。ゆえに「不足すること六升」というのである。かりに出す漆が1斗2升(12升)であれば、交換により得た油1斗6升(16升 $=12 \times \frac{4}{3}$ )は、漆2斗(20升 $=16 \times \frac{5}{4}$ )を混ぜ合わすことができる。3斗(30升)の中で、すでに1斗2升(12升)を出したのであるから、余りの漆は1斗8升(18升 $=30-12$ )である。今在る油(16升)は漆2斗(20升 $=16 \times \frac{5}{4}$ )で混ぜ合わせるできるので、ここには「余り有ること二升」とある。盈・不足を維乗して実とする。盈・不足を合計して法とする。実を法で割れば、出す漆の升数を得る。油及び混ぜ合わせた漆を求めるには、四・五をそれぞれ「所求率」とし、三・四をそれぞれ「所有率」として、今有術をあてはめると、答えが得られる。

## 参考文献

- 1) 李繼閔『《九章算術》校証』(1993年9月)
- 2) 郭書春『匯校九章算術』(2004年8月)
- 3) 郭書春・劉鈍『算経十書』(遼寧教育出版社、1998年12月)、(九章出版社、2001年4月)
- 4) 川原秀城「劉徽註九章算術」(『中国天文学・数学集』所収、1980年11月)
- 5) 白尚恕『《九章算術》注釈』(1983年12月)
- 6) 沈康身『九章算術導読』(1997年2月)
- 7) 李繼閔『《九章算術》及其劉徽注研究』(1992年8月)
- 8) 李繼閔『《九章算術》導読与訳注』(1998年9月)
- 9) 李籍『九章算術音義』(文淵閣四庫全書本及び四部叢刊本『九章算術』所収)
- 10) 「九章算術補註」(李儼『中算史論叢』(三)、1935年12月)
- 11) 楊輝『詳解九章算法』(宜稼堂叢書本)
- 12) 李潢『九章算術細草図説』(嘉慶庚辰(25年)語鴻堂刊本)
- 13) 清水達雄『九章算術』1～15(「数学セミナー」1975年2月号～1976年4月号)
- 14) 張家山漢簡『算数書』研究会編『漢簡『算数書』-中国最古の数学書-』(朋友書店、2006年10月)
- 15) Shen, Kang-Shen, Crossley, John N., Lun, Anthony W. C. 『The Nine Chapters on the Mathematical Art: Companion and Commentary』(Oxford Univ. Press, 1999年10月)
- 16) 大川俊隆『九章算術』訳注稿(1)大阪産業大学論集 人文・社会科学編2号(2008年2月)

- 17) 大川俊隆『九章算術』訳注稿(2)大阪産業大学論集 人文・社会科学編 3号(2008年6月)
- 18) Chemla, Karine; Guo, Shuchun 『Les neuf chapitres, Le classique mathématique de la Chine ancienne et ses commentaires』(Dunod, 2004年第4四半期)
- 19) 大川俊隆『九章算術』訳注稿(3)大阪産業大学論集 人文・社会科学編 4号(2008年10月)
- 20) 大川俊隆『九章算術』訳注稿(4)大阪産業大学論集 人文・社会科学編 5号(2009年2月)
- 21) 馬場理恵子『九章算術』訳注稿(5)大阪産業大学論集 人文・社会科学編 6号(2009年6月)
- 22) 馬場理恵子『九章算術』訳注稿(6)大阪産業大学論集 人文・社会科学編 7号(2009年10月)
- 23) 銭宝琮点校『九章算術点校』(北京中華書局刊『算經十書』所収、1963年10月)
- 24) 角谷常子、張替俊夫『九章算術』訳注稿(7)大阪産業大学論集 人文・社会科学編 8号(2010年2月)
- 25) 汪萊撰『校正九章算術及戴氏訂訛』(『衡齋遺書』所収)
- 26) 角谷常子、張替俊夫『九章算術』訳注稿(8)大阪産業大学論集 人文・社会科学編 9号(2010年6月)
- 27) 田村誠、張替俊夫「新たに出現した二つの古算書—『数』と『算術』」大阪産業大学論集 人文・社会科学編 9号(2010年6月)
- 28) 郭書春『九章算術訳注』(上海古籍出版社、2009年12月)
- 29) 田村誠、吉村昌之『九章算術』訳注稿(9)大阪産業大学論集 人文・社会科学編10号(2010年10月)
- 30) 田村誠、吉村昌之『九章算術』訳注稿(10)大阪産業大学論集 人文・社会科学編11号(2011年2月)
- 31) 田村誠、吉村昌之『九章算術』訳注稿(11)大阪産業大学論集 人文・社会科学編12号(2011年6月)
- 32) 田村誠、吉村昌之『九章算術』訳注稿(12)大阪産業大学論集 人文・社会科学編13号(2011年10月)
- 33) 朱漢民、陳松長主編『岳麓書院藏秦簡(貳)』(上海辭書出版社、2011年12月)
- 34) 小寺裕、武田時昌『九章算術』訳注稿(13)大阪産業大学論集 人文・社会科学編14号(2012年2月)
- 35) 田村誠、武田時昌『九章算術』訳注稿(14)大阪産業大学論集 人文・社会科学編15号(2012年6月)
- 36) 大川俊隆 岳麓書院藏秦簡『数』訳注稿(1)大阪産業大学論集 人文・社会科学編16

号 (2012年10月)

- 37) 田村誠 岳麓書院藏秦簡『数』 訳注稿 (2) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編17号 (2013年2月)
- 38) 馬場理恵子、吉村昌之 岳麓書院藏秦簡『数』 訳注稿 (3) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編18号 (2013年6月)
- 39) 角谷常子 岳麓書院藏秦簡『数』 訳注稿 (4) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編19号 (2013年10月)
- 40) 小寺裕、張替俊夫 岳麓書院藏秦簡『数』 訳注稿 (5) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編20号 (2014年2月)
- 41) 武田時昌 岳麓書院藏秦簡『数』 訳注稿 (6) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編21号 (2014年6月)
- 42) 小寺裕、武田時昌、張替俊夫『九章算術』 訳注稿 (15) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編22号 (2014年10月)
- 43) 郭書春『九章算術新校』 (中国科学技術大学出版社、2013年12月)
- 44) 武田時昌、張替俊夫『九章算術』 訳注稿 (16) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編23号 (2015年2月)
- 45) 大川俊隆『九章算術』 訳注稿 (17) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編23号 (2015年2月)
- 46) 吳朝陽『張家山漢簡《算数書》校証及相關研究』 (江蘇人民出版社、2014年5月)
- 47) 大川俊隆『九章算術』 訳注稿 (18) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編24号 (2015年6月)
- 48) 角谷常子『九章算術』 訳注稿 (19) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編24号 (2015年6月)
- 49) 角谷常子『九章算術』 訳注稿 (20) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編25号 (2015年10月)
- 50) 馬場理恵子『九章算術』 訳注稿 (21) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編25号 (2015年10月)
- 51) 馬場理恵子『九章算術』 訳注稿 (22) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編26号 (2016年2月)