

『九章算術』 訳注[†] 稿 (21)

馬 場 理恵子

中国古算書研究会

大川 俊隆、小寺 裕、角谷 常子、武田 時昌

田村 誠、馬場 理恵子、張替 俊夫、吉村 昌之

Translation and Annotation of “The Nine Chapters
on the Mathematical Art (九章算術)” Vol. 21

BABA Rieko

Abstract

“The Nine Chapters on the Mathematical Art” was the oldest book of mathematics in China before the unearthing of “Suan-shu shu.” The aim of our research is to provide a complete translation and annotation of it including annotations of Liu Hui (劉徽) and Li Chunfeng (李淳風) from the viewpoint of our previous work on “Suan-shu shu.”

This is the twenty-first article based on our research and results in which we studied the problems 1 to 4 of Chapter 7, Yingbuzu (盈不足).

『九章算術』は『算数書』出土以前は数学書としては中国最古のものであった。我々は、我々の『算数書』研究を起点に、『九章算術』の劉徽注、李淳風注を含めた訳注を完成させることを目的としている。

本論文では、盈不足章の算題 [一] ~ [四] に対する訳注を与える。

[†]This work was supported by JSPS KAKENHI Grant Numbers 24501252 and 25350388.
平成27年6月30日 原稿受理

九章算術卷七

盈不足^[1]

注：(1) 盈不足とは、「盈」がこえる、余る、「不足」がちぢむ、足りないの意となり(劉注 [5] 参照)、今日でいう過不足算の類型問題を指す。李籍『音義』に「盈は満也。不足は虚也。満・虚相推して、以てその適を求む。故に盈不足という」とある。また、古くは「九数」の一つに挙げられており、『周礼』鄭注及び『算数書』、岳麓書院『数』では「贏不足」と記される。『周礼』地官・保氏の鄭注「九数とは、方田・粟米・差分・少広・商功・均輸・方程・贏不足・旁要。今重差・夕桀・句股有る也」。14)、41) 参照。

『算数書』では、【4】「方田」【17】「米出銭」【41】「分銭」に「盈不足術」の適用がみられ、【5】「啓広」では開平法の近似値計算法への応用がみられる。『数』では、(二〇二) 簡～(二一一) 簡に凡そ5題の盈不足術に関する問題がみられる。

[1][劉注]以御隱雜互見。

訓読：以て隱雜⁽²⁾の互いに見わる⁽³⁾を御す。

注：(2) 「隱雜」とは、入り交じり隠れて表に見えないことを指す。

(3) 「互見」とは、互いに現れること。『後漢書』盧植伝「比年地震、彗孛互見」。

訳：この章では、入り交じり隠れて表に見えない数が別の形で現われることをおさめる。

[一]今有共買物、人出八、盈三、人出七、不足四。問人數・物價各幾何。荅曰、七人。物價五十三。

[二]今有共買雞、人出九、盈一十一、人出六、不足十六。問人數・雞價各幾何。荅曰、九人、雞價七十。

[三]今有共買璉、人出半、盈四、人出少半、不足三。問人數・璉價各幾何。荅曰、四十二人、璉價十七^[2]。

[四]今有共買牛、七家共出一百九十、不足三百三十、九家共出二百七十、盈三十。問家數・牛價各幾何。荅曰、一百二十六家、牛價三千七百五十^[3]。

盈不足術曰、置所出率、盈・不足各居其下^[4]。令維乘所出率、并以爲實。并盈・不足爲法。實如法而一^[5]。有分者、通之^[6]、盈・不足相與、同其買物者。置所出率、

以少減多、餘、以約法・實。實爲物價、法爲人數^[7]。

其一術曰、并盈・不足爲實。以所出率以少減多、餘爲法。實如法得一〔人〕^[-]。以所出率乘之、減盈・増不足即物價^[8]。

校訂：[-]郭書春云う「聚珍版、四庫本に「人」字なし。此れ楊輝本に依りて補う」と。今、郭氏に従う。

訓読：

[一] 今、共に物を買う有り、人ごとに八を出だせば、三を盈し、人ごとに七を出だせば、四を不足す。問う、人数・物価は各おの幾何ぞ。答えに曰う、七人。物価五十三⁽⁴⁾。

[二] 今、共に鶏を買う有り、人ごとに九を出だせば、一十一を盈し、人ごとに六を出だせば、十六を不足す。問う、人数・鶏価各おの幾何ぞ。答えに曰う、九人、鶏価七十⁽⁵⁾。

[三] 今、共に璫⁽⁶⁾を買う有り、人ごとに半を出だせば、四を盈し、人ごとに少半を出だせば、三を不足す。問う、人数・璫価各おの幾何ぞ。答えに曰う、四十二人、璫価十七⁽⁷⁾。

[四] 今、共に牛を買う有り、七家共に一百九十を出だせば、三百三十を不足し、九家共に二百七十を出だせば、三十を盈す。問う、家数・牛価各おの幾何ぞ。答えに曰う、一百二十六家、牛価三千七百五十⁽⁸⁾。

盈不足術に曰く、出だす所の率を置き、盈・不足は各おの其の下に居く。出す所の率に維乗⁽⁹⁾せしめ、并せて以て実と為さしむ。盈・不足を并せて法と為す。実、法の如くして一とす。分ある者は、之を通じ、盈・不足相与して、其の物を買う者を「同」す⁽¹⁰⁾。出だす所の率を置き、少を以て多より減じ、余あれば、以て法・実を約す。実を物価と為し、法を人数と為す⁽¹¹⁾。

其の一術に曰く、盈・不足を并せて実と為す。出す所の率を以て少を以て多より減じ、余を法と為す。実、法の如くして一人を得。出す所の率を以て之に乘じ、盈を減じて不足を増せば即ち物価なり⁽¹²⁾。

注：(4) 本題では共同で物を買う場合の人数とその物価について求める。盈不足術（後述注(11)参照）において、所出率を a , b ($a > b$)、盈・不足を m , n とし、これらを用いて解くと、本題では $a=8$, $b=7$, $m=3$, $n=4$ なので

$$\frac{(8\text{銭} \times \text{不足}4) + (7\text{銭} \times \text{盈}3)}{\text{盈}3 + \text{不足}4} = \frac{53 \text{ (実)}}{7 \text{ (法)}}$$

となる。本題では $a-b=1$ であるので、実と法それぞれがそのまま、物価=53銭、人数=7人となる。

- (5) 本題では共同で鶏を買う場合の人数と鶏の価格について求める。盈不足術を用いて解くと、本題では $a=9$, $b=6$, $m=11$, $n=16$ なので

$$\frac{(9\text{銭} \times \text{不足}16) + (6\text{銭} \times \text{盈}11)}{\text{盈}11 + \text{不足}16} = \frac{210 \text{ (実)}}{27 \text{ (法)}}$$

となる。本題では $a-b=3$ であるので、分子・分母を3で約すと、鶏の価格=70銭、人数9人となる。

- (6) 「璣」とは、玉に似た美しい石のこと。『説文』卷一上「石之似王者。从玉進聲。讀若津」。李籍『音義』「美石似玉曰璣」。

- (7) 本題では共同で璣を買う場合の人数と璣の価格について求める。盈不足術を用いて解くと、本題では $a=\frac{1}{2}$, $b=\frac{1}{3}$, $m=4$, $n=3$ なので

$$\frac{(\frac{1}{2}\text{銭} \times \text{不足}3) + (\frac{1}{3}\text{銭} \times \text{盈}4)}{\text{盈}4 + \text{不足}3} = \frac{\frac{17}{6}}{7}$$

本題では $a-b=\frac{1}{6}$ となるので、分子・分母を $\frac{1}{6}$ で約すと、璣の価格=17銭、人数42人となる。

- (8) 本題では共同で牛を買う場合の家数と牛の価格について求める。1家ごとに出した銭数はそれぞれ $\frac{190}{7}$ 銭(7家)と $\frac{270}{9}=30$ 銭(9家)となる。盈不足術を用いて解くと、本題では $a=30$, $b=\frac{190}{7}$, $m=30$, $n=330$ なので

$$\frac{(\frac{190}{7}\text{銭} \times \text{盈}30) + (30\text{銭} \times \text{不足}330)}{\text{不足}330 + \text{盈}30} = \frac{\frac{75000}{7}}{360}$$

本題では $a-b=\frac{20}{7}$ となるので分子・分母を $\frac{20}{7}$ で約すと、牛の価格3750銭、家数126家となる。

- (9) 「維乗」とは、上に置いた二つの数と下に置いた二つの数をたすき掛けすること。『算数書』「合分」では「羨乗」、『数』では「互乗」という語が用いられる。『算数書』「子羨乗母」。『数』(二〇二)簡「贏不足。三人共以五錢市。今欲賞(償)之。問人之出幾可(何)錢。得曰、人出一錢三分錢二。其朮(術)曰、以贏不足互乗母」。14)、41) 参照。

- (10) 「盈・不足相與、同其買物者」について。「相與」とは、互いに組とすることを指す。『九章算術』方田章劉徽注「凡數相與者謂之率。率者、自相與通」。17)の注(55)参照。

「同其買物者」とは、物を買う者(銭数)を「同」する(整数化する)こと。

(11) 盈不足術とは、所出率を a, b ($a > b$)、盈・不足を m, n とおくと、

$$\frac{(\text{所出率 } a \times \text{不足 } n) + (\text{所出率 } b \times \text{盈 } m)}{\text{盈 } m + \text{不足 } n} = \frac{\text{実}}{\text{法}} = \frac{\frac{m}{a-b}}{\frac{n}{a-b}} = \frac{y(\text{物価})}{x(\text{人数})}$$

のように求めることである。

盈不足術では、術によって求められた実と法を所出率の差 $(a-b)$ で約分することで、物価と人数が求められる。

仮に求める人数を x 人、求める物価を y 銭。所出率を a, b ($a > b$)。盈・不足を m, n としたとき、次のような式を立てることができる。

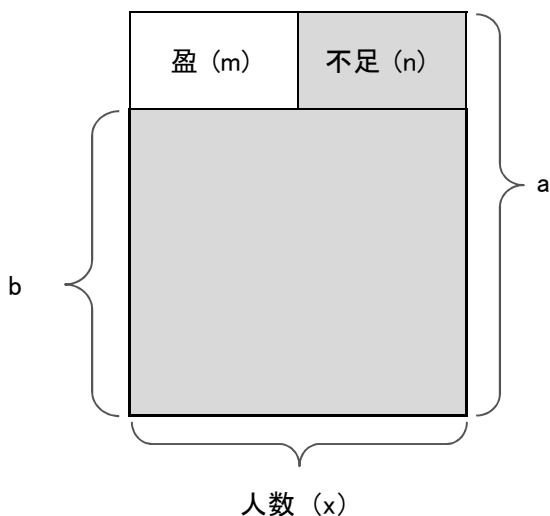
$$\textcircled{1} y = ax - m$$

$$\textcircled{2} y = bx + n$$

①, ②より $ax - m = bx + n$ となるので、 $(a-b)x = m+n$, $x = \frac{m+n}{a-b}$ となり、人数 x 人を求める式となる。これを①式に代入すると、 $y = a \times \frac{m+n}{a-b} - m = \frac{am+bn}{a-b}$ となり、物価 y 銭を求める式となる。

以上のことから、盈不足術で求められた実 $(am+bn)$ と法 $(m+n)$ を $(a-b)$ で約分することで、物価及び人数を求めることができる。劉徽注 [7] において、盈不足術の法を「定実」といっているのは、人数を求める場合には、法 $(m+n)$ が $(a-b)$ で割られる被除数になり、かつ $(am+bn)$ の実とは区別する意で「定」を加えたからである。

図で模式的に表すと(図1)のようになる。



(図1)

(12) 盈不足術の別解を示している。公式は、所出率を a 、 b 、盈・不足を m 、 n と置くと、 $a > b$ のとき、

$$\frac{m+n}{a-b}=x \text{ (人数)}$$

となり、人数 x が求まる。人数をもとに物価を計算すると、

$$x \times a - \text{盈}m = y \text{ (物価)}$$

もしくは、

$$x \times b + \text{不足}n = y \text{ (物価)}$$

となる。

訳：

- [一] 今、共に物を買う。人ごとに8銭を出せば、3銭余り、人ごとに7銭を出せば、4銭足りない。問う、人数・物価はそれぞれいくらか。答えにいう、7人、物価53銭。
- [二] 今、共に鶏を買う。人ごとに9銭を出せば、11銭余り、人ごとに6銭を出せば、16銭足りない。問う、人数・鶏の価格はそれぞれいくらか。答えにいう、9人、鶏の価格70銭。
- [三] 今、共に璫を買う。人ごとに $\frac{1}{2}$ 銭を出せば、4銭余り、人ごとに $\frac{1}{3}$ 銭を出せば、3銭足りない。問う、人数・璫の価格はそれぞれいくらか。答えにいう、42人、璫の価格17銭。
- [四] 今、共に牛を買う。7家で共に190銭を出せば、330銭足りず、9家で共に270銭を出せば、30銭余る。問う、家の数・牛の価格はそれぞれいくらか。答えにいう、126家、牛の価格3750銭。

盈不足術にいう、「出した所の率」を置き、盈・不足はそれぞれその下におく。「出した所の率」を下においた盈・不足とたすき掛けし、それぞれを足して実とする。下においた盈・不足を足して法とする。実を法で割る。分数があれば、先に通じさせておく。盈・不足が互いに組として、物を買った銭数を「同」する。「出した所の率」を置き、多い方から少ない方を引き、その余りで法と実を約す。そうすると約された実が物価となり、約された法が人数となる。

また一術にいう、盈・不足を足して実とする。「出した所の率」の多い方から少ない方を引き、余りを法とする。実を法で割ると人数が得られる。「出した所の率」をこれに掛けて、盈の場合は余り分を引き、不足の場合は不足分を足すと、物価となる。

[2] [劉注] 注云「若兩設有分者、齊其子、同其母」。此問兩設俱見零分、故齊其子、同其母。又云「令下維乘上、訖、以同約之」。不可約、故以乘同之。

訓読：注に云う⁽¹³⁾「もし兩設に⁽¹⁴⁾、分ある者は、その子を「齊」し、その母を「同」すと。この問の兩設、俱に零分を見わす⁽¹⁵⁾、故にその子を「齊」し、その母を「同」す。また云う「下をして上に維乗せしめ、訖れば、「同」を以て之を約す」と。約すべからざれば、故に乘を以てこれを「同」す⁽¹⁶⁾。

注：(13) ここで劉徽がいう「注云」及び「又云」とは、盈不足術の下に見える自注を引いているのである。劉注 [6] 参照。

(14) 「兩設」とは、二つの仮の設定値(仮定値)のこと。

(15) 「此問兩設俱見零分」について。「此問」とは、[三][四] 題を指す。また、「零分」とは、細かい分数のことで、真分数を指す。宋以後は分数を示す語として「奇零」がよく用いられるようになる。(宋) 秦九韶『数学九章』卷一上「按、大衍術以各分數之奇零求各分數之總數」。

(16) ここで劉徽がいう「若兩設有分者、齊其子、同其母」と「令下維乘上、訖、以同約之」の操作は先に斉同術を行ってから維乗を行い、それから約分を行うことをいう。

[三] 題を例として考えると、

① 所出率を上、盈・不足を下に置く。

$$\frac{1}{2} \quad \frac{1}{3}$$

$$4 \quad 3$$

② 斉同術を行い、分数を通分する。(「若兩設有分者、齊其子、同其母」)

$$\frac{3}{6} \quad \frac{2}{6}$$

$$4 \quad 3$$

③ 下の数字を上、に維乗する。(「令下維乘上」)

$$\frac{3}{6} \times 3 \quad \frac{2}{6} \times 4$$

$$4 \quad 3$$

④ 維乗した後、盈不足術に基づいて上を足して実とし、下を足して法とする。

$$\frac{9}{6} + \frac{8}{6} \rightarrow \frac{17}{6} \text{ (実)}$$

$$4 + 3 \rightarrow 7 \text{ (法)}$$

⑤ 実と法が整数で約せる場合は上下共に約すが、上下が分数と整数で約せないの
で分母の6を掛けて「同」する。(「不可約、故以乘同之」)

$$\frac{17}{6} \text{ に } 6 \text{ を掛けると } 17 \text{ になる。 (実)}$$

$$7 \text{ に } 6 \text{ を掛けると } 42 \text{ になる。 (法)}$$

よって、答えの $\frac{17}{42}$ が得られる。

訳：注にいう「もし二つの仮の設定値の中に分数があれば、その分子を「斉」し、分母を「同」する」。この問題（[三]題）では、二つの仮の設定値に分数がみられるため、分子を「斉」し、通分するのである。またいう「下に置いた数（盈と不足）を上に乗いた数（各々が出した率）にたすき掛けし、終われば、共通の分母で約す。約すことができない場合は、盈・不足に共通分母を掛けて「同」する。

[3][劉注]按、此術并盈・不足者、爲衆家之差。故以爲實。置所出率各以家數除之、各得一家所出率、以少減多者得一家之差。以除、即家數。以(出)[多]_[一]率乘之、減盈、故得牛價也。

校訂：[一]郭書春云う「[出]は[多]字の誤りである」と。今、郭氏に従う。

訓読：按ずるに、この術の盈・不足を并す者は、衆家の差と爲す。故に以て実と爲す。「出だす所の率」を置き⁽¹⁷⁾各おの家数を以てこれを除し、各おの一家の「出だす所の率」を得、少を以て多より減ずれば一家の差を得。以て除せば、即ち家数。多の率を以て之に乘じ、盈を減ず、故に牛価を得るなり⁽¹⁸⁾⁽¹⁹⁾。

注：(17) ここでいう「所出率」とは、7家、9家ごとに出した銭数。190銭、270銭がそれにあたる。

(18) この注は「其一術」によって説明されておるので、元々、術文後半の「其一術曰…」の後につけられていた注である可能性がある。

(19) この注で説明されている操作は以下の通り。

- ① 盈30銭、不足330銭の和360銭は二つの仮の設定値の全体の差をなす。これを実とする。
- ② 一家ごとの出銭額は、 $\frac{270}{9}=30$ 銭と $\frac{190}{7}$ 銭。その差 $30-\frac{190}{7}=\frac{20}{7}$ は一家ごとの出銭額の差となる。これを法とする。
- ③ 実を法で割ると、 $360\div\frac{20}{7}=18\times 7=126$ となり、家数が得られる。
- ④ $126\times 30-30=3750$ 銭となり、牛の価格が得られる。

訳：按ずるに、この術において余りと不足を足すと、全ての家が出した銭数の過不足の出銭差となる。ゆえに、実とする。設定した家数が出した銭数（「出した所の率」）を置き、それぞれの家数でこれを割ると、それぞれ1家ごとに出した銭数得られる。多い方から少ない方を引くと1家の出す率の差を得る。この値でもって実を割ると家数である。多い方の率をさきほど得た家数に掛け、余り分を引けば牛の価格を得ることができる。

[4] [劉注] 按、盈者謂之朒。不足者謂之朒。所出率謂之假令。

訓読：按ずるに、盈なる者は之を朒⁽²⁰⁾と謂う。不足なる者は之を朒⁽²¹⁾と謂う。出だす所の率は、之を假令⁽²²⁾と謂う。

注：(20)「朒」とは、陰暦の晦に月が西方に現れることをいう。ここから引伸して、盈の意とする。『説文』卷七上「朒、晦而月見西方、謂之朒。从月兆聲」。

(21)「朒」とは、陰暦の朔に月が東方に現れることをいう。ここから引伸して不足の意とする。『説文』卷七上「朒、朔而月見東方、謂之縮朒。从月肉聲」。また、李籍『音義』に「朒は、不足也。或いは朒に作る、是に非らず」とあるが、「朒」は、陰暦の三日に出る月、即ち三日月のことを指し、引伸して不足の意となる。28)のp292、注[2]参照)。『隋書』律曆志上「備数」に「夫所謂率者有九流焉。一曰方田…七曰盈朒、以御隱雜互見…」とあり、「盈不足」を「盈朒」としていることから、「朒」は隋代には「不足」にほぼ取って代わる算術用語として用いられるようになっていたと考えられる。

(22)「假令」は、仮に設定された数値。仮定値。

訳：按じますに、盈は、これを「朒」という。不足は、これを「朒」という。「出した所の率」は、これを「假令」という。

[5] [劉注] 盈朒維乘兩設者欲爲同齊之意。據「共買物、人出八、盈三。人出七、不足四」、齊其假令、同其盈朒、盈朒俱十二。通計齊則不盈不朒之正數。故可并之爲實、并盈・不足爲法。齊之三十二者、是四假令、有盈十二。齊之二十一者、是三假令、亦朒十二。并七假令、合爲一實。故并三・四爲法。

訓読：盈朒を両設に維乗するは、「同」「齊」を為さんと欲するの意なり。「共に物を買う、人ごとに八を出だせば、三を盈す。人ごとに七を出だせば、四を不足す」に據れば、其の假令を「齊」し、其の盈朒を「同」すれば、盈朒俱に十二。「齊」を通計すれば則ち不盈不朒の正数なり⁽²³⁾。故に之を并せて実と爲し、盈・不足を并せて法と爲すべし。「齊」の三十二なる者は、是れ四假令、盈十二有り。齊の二十一なる者は、是れ三假令、亦朒十二。七假令を并せて、合わせて一実と爲す。故に三・四を并せて法と爲す⁽²⁴⁾。

注：(23)「通計」とは、「齊」した率を用いて計算すること。

「不盈不朒之正数」とは、過不足のない真の数であるということ。ここで例に挙げられている[一]題でいえば、53がそれにあたる。「假令」をそれぞれa, bとし、「盈・不足」をそれぞれm, nとすれば、不盈不朒之正数とは、 $an+bm$ となる。

郭書春は $\frac{an+bm}{m+n}$ を不盈不朒の正数としているが(28)を参照)、「斉を通計」するとあるので、ここで劉注が指しているのは $an+bm$ の部分だけであろう。

(24) 本注では、二つの仮の設定値を斉同術を行うために「維乗」するのだとし、[一]題を例に挙げ解説する。解説は以下の通り。

①上下に仮の設定値と盈・不足の値を置く。

$$\begin{array}{cc} 8 & 7 \\ 3 & 4 \end{array}$$

②盈・不足を「同」することによって、仮の設定値を「斉」する。→これで分母が揃ったので通計することができる。

$$\begin{array}{ccc} 8 \times 4 & 7 \times 3 \cdots \text{斉} & 32 & 21 & \cdots \text{斉} \\ 3 \times 4 & 4 \times 3 \cdots \text{同} & \rightarrow 12 (\text{盈}) & 12 (\text{朒}) & \cdots \text{同} \end{array}$$

③②で求めた数値をもって計算すれば盈12と朒12を一つにまとめて取り去り、斉32と斉21を足すと、盈も不足もない真値が得られる。これを実とする。

$$\text{斉}32 + \text{斉}21 = 53 \quad \text{即ち、不盈不朒之正数} \quad \cdots \text{実}$$

④盈・不足を足して法とする。

$$\text{盈}3 + \text{朒}4 = 7 \quad \cdots \text{法}$$

⑤「斉之三十二者、是四假令、有盈十二」とは、仮令8銭、盈3銭を斉同術により共に4倍することで斉32と盈12となることである。

⑥「斉之二十一者、是三假令、亦朒十二」とは、仮令7銭、不足4銭を斉同術により共に3倍することで斉21と朒12となることである。

⑦4仮令と3仮令を足した7仮令を実とする。つまり、

$$4 \text{ 仮令} (32) + 3 \text{ 仮令} (21) = 7 \text{ 仮令} (53) \quad \cdots \text{実}$$

⑧⑦で求めた実は3仮令と4仮令を足したものである。本来の仮令の率に戻すため、7を法とする。原文は「三・四爲法」となっている。この「三・四」を仮令の倍率であると考え、と、「四・三爲法」となっている方が理解しやすいが、計算上は問題ない。

訳： 盈と不足を仮の設定値にたすき掛けするのは斉同術を行おうとするのである。「共に物を買う、人ごとに8銭を出せば、3銭余り。人ごとに7銭を出せば、4銭足りない」という[一]の問題において、その仮の設定値を「斉」し、その余りと不足を「同」すれば、盈・不足ともに12となる。「斉」した数を用いて計算すれば(8×4=32、7×3=21)、過不足なしの真の数値となる。ゆえに、「斉」を加え合わせて実とし、余りと不足を加え合わせて法とすることができる。「斉」の32は仮の設定値8銭を4倍

したもので、盈12。「齊」の21は仮の設定値7銭を3倍したもので、また不足12。合わせた7つの仮の設定値を一つの実とする。ゆえに3つの仮の設定値の3と4つの仮の設定値の4を足した7を法とする。

[6] [劉注] [一] 若兩設有分者、齊其子、同其母。令下維乘上、訖、以同約之。

校訂：[一] 郭書春云う「大典本、楊輝本「若兩設」の前に「注云」の二字有り」、「大典本、楊輝本「令下維乘上」の前に「又云」の二字有り」と。今、郭氏に従わず。

訓読：もし兩設に分有る者は、其の子を「齊」し、其の母を「同」す。下をして上に維乗せしめ、訖れば、「同」を以て之を約す。

訳：もし2つの仮の設定値に分数がある場合は、分子を「齊」して、分母を「同」する。下に置いた数を上に置いた数にたすき掛けし、終われば、共通の分母である「同」で約す。

[7] [劉注] 「所出率以少減多」者、餘謂之設差、以爲少設。則并盈朒、是爲定實。故以少設約定實、則法爲人數、適足之實故爲物價。盈・朒當與少設相通。不可徧約、亦當分母乘設差、爲約法實。

訓読：「出だす所の率少を以て多より減ずる」者は、余は之を設差⁽²⁵⁾と謂い、以て少設⁽²⁶⁾と爲す。則ち盈・朒を并すは、是れを定実⁽²⁷⁾と爲す。故に少設を以て定実を約せば、則ち法、人數と成り、適足の実は⁽²⁸⁾故に物價と爲る。盈・朒當に少設と相通ずべし。徧く約すべからざれば、また當に分母を設差に乗じて、法実を約すを爲すべし⁽²⁹⁾。

注：(25)「設差」とは、二つの仮の設定値の差のこと。出だす所の率(兩設)をa、bと置き、 $a > b$ である場合、設差は $a - b$ となる。劉注[8]でいう「一人之差」にあたる。

(26)「少設」とは、仮の設定値よりさらに数が少なくなった設定値の意。「設差」を言い換えたもの。

(27)「定実」とは、人數を求める場合に、盈と不足を足した法が設差で割られる被除数となり、 $(an + bm)$ の実と区別するため「定」を加えて「定実」という。劉注[8]でいう「衆人之差」にあたる。

(28)「適足の実」とは、過不足のない適切な実(答え)の意。劉注[5]にみえる「不盈不朒之正數」を少設で約したもの。注(23)参照。

(29)[三] 題を例として本注を解説すると以下の通り。

① 所出率は $\frac{1}{2}$ と $\frac{1}{3}$ であるので、「設差」は $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ となる。これを「少設」という。

② 盈4と不足7を足したもの、7を「定実」という。

③ $\frac{\text{定実}}{\text{少設}} = \frac{7}{\frac{1}{6}}$ 、これが人数となる。

④ 少設と盈・不足は全て通じているはずであるが、全て約すことができなかつた場合、少設の分母 6 を法と実に掛けて約分しなければならない。即ち、

$$\frac{\text{定実}}{\text{少設}} = \frac{7}{\frac{1}{6}} = \frac{7 \times 6}{\frac{1}{6} \times 6} = \frac{42}{1} = 42$$

となり、人数が得られる。

訳：「出した所の率」の多い方から少ない方を引いてでた余りの数値は「設差」といい、これを「少設」とする。余りと不足を足したものが、(人数を求める際の) 実際の実、すなわち「定実」となる。ゆえに、「少設」で「定実」を約すと、その割り算の結果が人数となり、「適足の実」の値が物価となる。盈と不足はまさに「少設」と相通じ合わなければならない。しかし、どちらも約すことができなければ、また分母を「設差」に掛け、法と実を約すべきである。

[8] [劉注] 此術意謂盈・不足爲衆人之差、以所出率以少減多、餘爲一人之差。以一人之差約衆人之差、故得人數也。

訓読：この術の意、盈・不足を衆人の差と爲し、出だす所の率、少を以て多より減ずるを以て、余を一人の差と爲すを謂う。一人の差を以て衆人の差を約す、故に人数を得るなり⁽³⁰⁾。

注：(30) 本注の説明は以下の通り。

[二] 題を例として考えると、

① 一人の差の積み重ねの差 (衆人の差) が 27 銭 (11+16)。

② 仮の設定値が 9 銭と 6 銭の時、一人の差は 3 銭。

③ よって、一人の差で衆人の差を約す、つまり $27 \div 3 = 9$ 人で人数が得られる。

訳：この術の意は、盈・不足がすべての人 (衆人) の出銭差となり、「出した所の率」の多い方から少ない方を引いてでた数が 1 人の出銭差となるということである。1 人の差ですべての人 (衆人) の差を約す、そうすると人数が得られる。

参考文献

- 1) 李繼閔『《九章算術》校証』(1993年9月)
- 2) 郭書春『匯校九章算術』(2004年8月)

- 3) 郭書春・劉鈍『算經十書』(遼寧教育出版社、1998年12月)、(九章出版社、2001年4月)
- 4) 川原秀城「劉徽註九章算術」(『中国天文学・数学集』所収、1980年11月)
- 5) 白尚恕『《九章算術》注釈』(1983年12月)
- 6) 沈康身『九章算術導読』(1997年2月)
- 7) 李繼閔『《九章算術》及其劉徽注研究』(1992年8月)
- 8) 李繼閔『《九章算術》導読与訳注』(1998年9月)
- 9) 李籍『九章算術音義』(文淵閣四庫全書本及び四部叢刊本『九章算術』所収)
- 10) 「九章算術補註」(李儼『中算史論叢』(三)、1935年12月)
- 11) 楊輝『詳解九章算法』(宜稼堂叢書本)
- 12) 李潢『九章算術細草図説』(嘉慶庚辰(25年)語鴻堂刊本)
- 13) 清水達雄『九章算術』1～15(「数学セミナー」1975年2月号～1976年4月号)
- 14) 張家山漢簡『算數書』研究会編『漢簡『算數書』-中国最古の数学書-』(朋友書店、2006年10月)
- 15) Shen, Kang-Shen, Crossley, John N., Lun, Anthony W. C. 『The Nine Chapters on the Mathematical Art: Companion and Commentary』(Oxford Univ. Press, 1999年10月)
- 16) 大川俊隆『九章算術』訳注稿(1)大阪産業大学論集 人文・社会科学編2号(2008年2月)
- 17) 大川俊隆『九章算術』訳注稿(2)大阪産業大学論集 人文・社会科学編3号(2008年6月)
- 18) Chemla, Karine; Guo, Shuchun 『Les neuf chapitres, Le classique mathématique de la Chine ancienne et ses commentaires』(Dunod, 2004年第4四半期)
- 19) 大川俊隆『九章算術』訳注稿(3)大阪産業大学論集 人文・社会科学編4号(2008年10月)
- 20) 大川俊隆『九章算術』訳注稿(4)大阪産業大学論集 人文・社会科学編5号(2009年2月)
- 21) 馬場理恵子『九章算術』訳注稿(5)大阪産業大学論集 人文・社会科学編6号(2009年6月)
- 22) 馬場理恵子『九章算術』訳注稿(6)大阪産業大学論集 人文・社会科学編7号(2009年10月)
- 23) 錢宝琮点校『九章算術点校』(北京中華書局刊『算經十書』所収、1963年10月)
- 24) 角谷常子、張替俊夫『九章算術』訳注稿(7)大阪産業大学論集 人文・社会科学編8号(2010年2月)
- 25) 汪萊撰『校正九章算術及戴氏訂訛』(『衡齋遺書』所収)
- 26) 角谷常子、張替俊夫『九章算術』訳注稿(8)大阪産業大学論集 人文・社会科学編9号(2010年6月)
- 27) 田村誠、張替俊夫「新たに出現した二つの古算書—『数』と『算術』」大阪産業大学

- 論集 人文・社会科学編 9号 (2010年 6月)
- 28) 郭書春『九章算術訳注』(上海古籍出版社、2009年12月)
- 29) 田村誠、吉村昌之『九章算術』訳注稿(9)大阪産業大学論集 人文・社会科学編10号 (2010年10月)
- 30) 田村誠、吉村昌之『九章算術』訳注稿(10)大阪産業大学論集 人文・社会科学編11号 (2011年 2月)
- 31) 田村誠、吉村昌之『九章算術』訳注稿(11)大阪産業大学論集 人文・社会科学編12号 (2011年 6月)
- 32) 田村誠、吉村昌之『九章算術』訳注稿(12)大阪産業大学論集 人文・社会科学編13号 (2011年10月)
- 33) 朱漢民、陳松長主編『岳麓書院藏秦簡(貳)』(上海辭書出版社、2011年12月)
- 34) 小寺裕、武田時昌『九章算術』訳注稿(13)大阪産業大学論集 人文・社会科学編14号 (2012年 2月)
- 35) 田村誠、武田時昌『九章算術』訳注稿(14)大阪産業大学論集 人文・社会科学編15号 (2012年 6月)
- 36) 大川俊隆 岳麓書院藏秦簡『数』訳注稿(1)大阪産業大学論集 人文・社会科学編16号 (2012年10月)
- 37) 田村誠 岳麓書院藏秦簡『数』訳注稿(2)大阪産業大学論集 人文・社会科学編17号 (2013年 2月)
- 38) 馬場理恵子、吉村昌之 岳麓書院藏秦簡『数』訳注稿(3)大阪産業大学論集 人文・社会科学編18号 (2013年 6月)
- 39) 角谷常子 岳麓書院藏秦簡『数』訳注稿(4)大阪産業大学論集 人文・社会科学編19号 (2013年10月)
- 40) 小寺裕、張替俊夫 岳麓書院藏秦簡『数』訳注稿(5)大阪産業大学論集 人文・社会科学編20号 (2014年 2月)
- 41) 武田時昌 岳麓書院藏秦簡『数』訳注稿(6)大阪産業大学論集 人文・社会科学編21号 (2014年 6月)
- 42) 小寺裕、武田時昌、張替俊夫『九章算術』訳注稿(15)大阪産業大学論集 人文・社会科学編22号 (2014年10月)
- 43) 郭書春『九章算術新校』(中国科学技術大学出版社、2013年12月)
- 44) 武田時昌、張替俊夫『九章算術』訳注稿(16)大阪産業大学論集 人文・社会科学編23号 (2015年 2月)

『九章算術』 訳注稿 (21) (馬場理恵子)

- 45) 大川俊隆 『九章算術』 訳注稿 (17) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編23号 (2015年2月)
- 46) 吳朝陽 『張家山漢簡《算数書》校証及相關研究』 (江蘇人民出版社、2014年5月)
- 47) 大川俊隆 『九章算術』 訳注稿 (18) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編24号 (2015年6月)
- 48) 角谷常子 『九章算術』 訳注稿 (19) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編24号 (2015年6月)
- 49) 角谷常子 『九章算術』 訳注稿 (20) 投稿中