

『九章算術』 訳注[†] 稿 (9)

田 村 誠、吉 村 昌 之

中国古算書研究会

大川 俊隆、小寺 裕、角谷 常子、武田 時昌

田村 三郎、田村 誠、張替 俊夫、矢崎 武人、吉村 昌之

Translation and Annotation of “The Nine Chapters
on the Mathematical Art (九章算術)” Vol. 9

TAMURA Makoto

YOSHIMURA Masayuki

Abstract

"The Nine Chapters on the Mathematical Art" was the oldest book of mathematics in China before the unearthing of "Suan-shu shu." The aim of our research is to provide a complete translation and annotation of it including annotations of Liu Hui (劉徽) and Li Chunfeng (李淳風) from the viewpoint of our previous work on "Suan-shu shu."

This is the ninth article based on our research and results, in which we studied problems 1 to 11 of Chapter 4, Shaoguang (少広).

『九章算術』は『算数書』出土以前は数学書としては中国最古のものであった。我々は、我々の『算数書』研究を起点に、『九章算術』の劉徽注、李淳風注を含めた訳注を完成させることを目的としている。

本論文では、少広章の算題(1)～(11)に対する訳注を与える。

[†]This work was partially supported by Grant-in-Aid for Scientific Research (C) (20500879).
平成22年6月30日 原稿受理

九章算術卷第四

少廣^[1]⁽¹⁾

注：(1)「廣」は長方形の横幅。「少廣」題は『算数書』にもその名が見られ、そこでは長方形の面積が1畝=240平方歩で一定のとき、一辺の長さが短い方(広)を与えたとき、長い方(縦)を求める算題であった(14)「少廣」注1)参照)。『九章算術』少広章初めの11題もこれと同じく、田の面積は1畝であって、田の広を増すときに、それに応じて田の縦の値はいくらになるかという問題である。

[1][劉注]以御積冪方圓。

訓読：以て積冪⁽²⁾・方圓を御す。

注：(2) 沼田敬忠『小學九數名義諺解』では「積とは縦と横と相乗じたる歩数を云。冪とは同数を自乗して得たる歩数を冪と云。」として、冪と積は乗じる数の等・不等で区別するものと解釈している。ここでは積冪は面積や体積くらいの意であろう。

訳：この術をもって面積や体積、そして方形や円をおさめる。

少廣^[2]術曰、置全歩及分母子、以最下分母徧乘諸分子及全歩^[3]、各以其母除其子、置之於左。命通分者、又以分母徧乘諸分子及已通者、皆通而同之、并之爲法^[4]。置所求歩數、以全歩積分乘之爲實^[-]^[5]。實如法而一、得從歩。

校訂：[-]「置所求歩數、以全歩積分、乘之爲實」の十四字は、南宋本では李淳風注文にも重複して入っているが、郭書春は『聚珍版』、『四庫本』により術文のみとする。今、これに従う。

訓読：少広術に曰く、全歩及び分母子を置きて⁽³⁾、最下の分母を以て徧く諸の分子及び全歩に乘じ⁽⁴⁾、各々其の母を以て其の子を除し、之を左に置く⁽⁵⁾。命じて分を通ずる者は、又、分母を以て徧く諸の分子及び已に通ずる者に乘じ、皆な通じて之を同せ、之を并せて法と為す⁽⁶⁾。求むる所の歩数を置き、全歩の積分を以て之に乗じて実と為す⁽⁷⁾。実、法の如くして一とし、從(縦)の歩を得⁽⁸⁾。

注：(3) 全歩とは整数の歩数のこと。後文に「最下分母」とあるので、「置全歩及分母子」

では $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n}$ の形で表された除数中の各項が上から下に配列されていたことが窺える。

- (4) 「徧」は、「遍」の異体字である。除数中に分数があった場合、分母を整数部分と分子の全てにかけるということ。これはこの分母を後に約分によって消去するためである。
- (5) 計算は算木を用いて行われていたので、「置之於左」とは各項の子を母で除した商を左の「全歩」に加えるということである。
- (6) 「同」は異種のを合せること。分母を整数歩及び分子にかけていくと、いずれ除数中の各項は整数のみとなる。このようにして整数部分と分子を合せることが「皆通而同之」の意である。「并」は同種のを合せること。このようにして整数化した除数中の各項を合せること。大川俊隆「張家山漢簡『算数書』中の「従」字について」(加地伸行博士古稀記念論集『中国学の十字路』研文出版)の第二節参照。なお、「并之」の二字は『算数書』にも岳麓書院藏秦簡『数』にも見えない(27)参照。
- (7) 「全歩積分」とは整数歩にかけた一連の分母の積。通分の過程で、除数中の各項には「全歩積分」を乗じているので、被除数にもこれを乗じる必要がある。
- (8) ここで述べられている少広術のアルゴリズムについて、具体例を用いて説明する。ここでは後文の[三]を例にとる。[三]では、 $240 \div \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right)$ を計算するのに、 $\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) \times 12 = 12 + 6 + 4 + 3 = 25$ を法として、 $\frac{240 \times 12}{25} = \frac{2880}{25} = 115 \frac{5}{25} = 115 \frac{1}{5}$ のように行っている。ここで除数中の各項は「全、子、母」のように並べたが、「全」の横に「子、母」を上下に並べた可能性もある。以下術文に沿って計算を追う。

①「置全歩及分母子」	全	子	母
全(整数)歩、分子、分母を横に並べ、各項(分数)を縦に配列する。	1		
		1	2
		1	3
		1	4

②「以最下分母徧乘諸分子及全歩」	全	子	母
最下の分母 (4) を全ての全 (整数) 歩と分子に	4		
かける		4	2
		4	3
		4	4
③「各以其母除其子、置之於左」	全	子	母
各分数 (それぞれ横に並んだ行) ごとに母で	4		
子を除し、商を左の全 (整数) 歩に加える。	2		2
	1	1	3
	1		4
④「命通分者、又以分母徧乘諸分子及已通者」	全	子	母
まだ分数が残っていて通分を必要とする場合	12		
には、再び最下の分母 (3) を全ての分子と	6		
已に通分した全 (整数) 歩にかける。	3	3	3
	3		
⑤前と同様に、各分数ごとに母で子を除し、	全	子	母
商を全 (整数) 歩に加える。	12		
	6		
	4		3
	3		
⑥「皆通而同之、并之爲法」	全	子	母
通分が終わって全 (整数) 歩だけになったら、	12		
それを併せたもの (12+6+4+3=25) を法と	6		
する	4		
	3		
⑦「置所求歩數、以全歩積分乘之爲實」			
求める所の歩数 (240) を置いて、「全歩積分」 (4×3) をその歩数にかけて実とする。			

すなわち $240 \times 4 \times 3$ が実である。

⑧「實如法而一、得從歩」

実を法で割れば $\left(\frac{240 \times 4 \times 3}{25}\right)$ 、求める縦の歩数が得られる。

この例で、「通」ずるために倍した分母は最下の4とその次の3であり、「半」の分母2は初めに4倍したときに約されている。これを最上位の分母(2)から通じた場合、「半」で2倍し「三分」で3倍して、まだ通じてない「四分」の項を通じさせるために、さらに2倍するという必要があり、三度の計算の手間がかかる。このように、術で最下の分母から「通」ずとするのは、大きい分母から倍することで自然に計算の手間を減らす効果を与えるためであろう。

訳：少広術に曰う。整数の歩数と分母分子の数を(算木で)置いて、最下にある分母を分子それぞれと整数の歩数に遍く乗じる。各々の分母でその分子を割って、商を左の整数歩のところに置く。(さらに分数が残っていて)通分を行わなければならないものは、また、分母をそれぞれの分子およびすでに通じて整数になったものに遍く乗じ、全てを通じて(整数化して)、それらを合わせて法とする。求めるところの歩数を置いて、整数の歩数にかけた分母をこれにかけて実とする。実を法で割れば、縦の歩数が得られる。

[2]臣淳風等謹按_[-]、一畝之田、廣一步、長二百四十歩。今欲截取其從(縦)少、以益其廣、故曰少廣。

校訂：[一]「按」は「按」字の誤り。

訓読：臣淳風等謹みて按ずるに、一畝の田、広一步、長二百四十歩。今、其の縦の少なきを截取^{きりと}りて、以て其の広を益さんと欲す、故に少広と曰う⁽⁹⁾。

注：(9)この李注では意は通らない。注に従えば、「少縦」もしくは「少縦益広」となるはずで、後者を略して「少広」にしたというのは無理がある。

訳：臣淳風等謹みて按じますに、一畝の田は、広が1歩で、長さは240歩である。今、その縦を少し切り取って、それでその広を益そうとする。したがって「少広」というのである。

[3]臣淳風等謹按、以分母乘全_[-]者、通其分也。以母乘子者、齊其子也。

校訂：[一] 郭書春云う、「楊輝本(典)「全」字下有「歩」字。聚珍版・四庫本同楊輝本(典)而未説明、其後諸本從、兩通。」と。

訓読：臣淳風等謹みて按ずるに、分母を以て全に乗ずるとは、其の分を通ずる也。母を以て子に乗ずるとは、其の子を「齊」する也。

訳：臣淳風等謹みて按じますに、分母を以て全に乗ずるのは、その分数を通分するのである。分母を以て分子に乗ずるのは、その分子を「齊」するのである。

[4]臣淳風等謹按、諸子悉通。故可并之爲法。亦宜用合分術、列數尤多。若用乘則算數至繁、故別制此術、從省約。(置所求步數以全步積分乘之爲實) [一]。

校訂：[一] 郭書春云う、「置所求步數以全步積分乘之爲實」凡十四字係誤將術文闕入李注」と。この14字は本文と重複しており、氏の校訂に従う。

訓読：臣淳風等謹みて按ずるに、諸の子、悉く通ず。故に之を并せて法と為す可し。亦た宜く合分術を用うべきも、列数尤も多し。若し乗を用うれば則ち算の数は至りて繁、故に別に此の術を制して、省約に従う⁽¹⁰⁾。

注：(10)「從省約」とは、計算を簡略にすること。

訳：臣淳風等謹みて按じますに、もろもろの分子は、全て通じさせる。したがってこれを併せて法とするべきである。あるいは合分術を用いることもできるが、(除数に)列置された数はきわめて多い。もし(合分術によって)掛け算を用いれば算の数は膨大となる。したがってこの術を定めて、計算を簡略に行うのである。

[5][劉注] 此以田廣爲法、一畝積步爲實。(置) [法] [一] 有分者、當同其母、齊其子。以同乘法實、而并齊於法。今以分母乘全步及子、子如母而一。竝以并全法、則法實俱長、意亦等也。故如法而一、得從步數。

校訂：[一] 郭書春云う、「置」、楊輝本(典)作「法」、聚珍版・四庫本及其後諸本同、今従。」と。

訓読：此れ、田の広を以て法と為し、一畝の積歩を實と為す。法に分有る者は、当に其の母を「同」し、其の子を「齊」すべし。「同」を以て法・実に乗じて、「齊」を法に并す。今、分母を以て全歩及び子に乘じ、子、母の如くして一とす。並べて⁽¹¹⁾以て全を併せて法となせば、則ち法・実俱に長じ、意も亦た等しき也⁽¹²⁾。故に法の如くして一とし、從(縦)の歩数を得。

注：(11)「並」は「おしなべて」の意。

(12) 少広において広は分数列の和であるが、それを分母で倍していくことによって、整数列の和にできる。その和が法である。一方、術文では一畝の積歩に「積分」(それまで乗じた分母)を乗じて実とするのであったから、法・実ともに同じように「積

分]で倍せられ、 $\frac{\text{実}}{\text{法}}$ の値として変わりが無い。これが「則法實俱長、意亦等也」である。

訳：これは、田の広をもって法とし、1畝の平方歩を実とする。法に分数がある場合は、その分母を「同」して、その分子を「齊」せよ。「同」した分母を法と実にかけて、「齊」した分子は併せて法とおくのである。今、分母を整数の歩数および分子にかけ、(各)分子を(各)分母で割る。(全ての分数を)おしなべて整数化し、それらの整数を併せて法とすれば、法・実はともに分母によって長ぜられ、その商(実/法)もまた等しいのである。したがって、実を法で割れば、縦の歩数が得られる。

[一] 今有田廣一步半、求田一畝。問從幾何。答曰、一百六十歩。

術曰、下有半。是二分之一。以一爲二、半爲一、并之得三、爲法。置田二百四十歩、亦以一爲二、乘之爲實。實如法得從歩。

訓読：今、田の広一步半有りて、求むる田は一畝。問う、從(縦)は幾何ぞ。答に曰う、一百六十歩。

術に曰く、下に半有り⁽¹³⁾。是れ二分の一なり。一を以て二と為し、半を一と為し、之を併せて三を得て、法と為す。田二百四十歩を置きて、亦た一を以て二と為し、之に乗じて実と為す。実、法の如くして從(縦)歩を得⁽¹⁴⁾。

注：(13) 以下の算題では、広は全て $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\dots+\frac{1}{n}$ の形式であり、算木によって全(整数部分)、分母、分子の数として表された各項は、縦に列置されている。「下有半」とはその最下の項が半($\frac{1}{2}$)であるということであり、同様に後題では「下有三分」、「下有四分」等と述べられている。最下の分母に注目したのは、それが $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\dots+\frac{1}{n}$ で表された広の末項だということもあるが、通分の手間を減らすためであったとも考えられる。前述の注(8)参照。

(14) ここでの計算は、 $(1+\frac{1}{2})\times 2=2+1=3$ を法として、 $\frac{240\times 2}{3}=\frac{480}{3}=160$ のように行っている。

訳：今、広が1歩半の田があつて、求める田の面積は1畝である。問う、縦はどれほどか。答えにいう、160歩である。

術にいう、(広の数を並べた)最下に半がある。半とは2分の1のことである。1を以て2と為し、半を以て1と為し、これらを併せて3を得て、それを法とする。田

の面積240平方歩を置いて、これもまた1を以て2と為す、この面積に2を掛けて実とする。実を法で割れば縦の歩数が得られる。

[二] 今有田廣一步半、三分歩之一、求田一畝。問從幾何。荅曰、一百三十歩一十一分歩之一十。

術曰、下有三分。以一爲六、半爲三、三分之一爲二、并之得一十一、以爲法。置田二百四十歩、亦以一爲六、乘之爲實。實如法得從歩。

訓読：今、田の広一步半、三分歩の一有りて、求むる田は一畝。問う、從（縦）は幾何ぞ。答に曰く、一百三十歩一十一分歩の一十。

術に曰く、下に三分有れば、一を以て六と為し、半を三と為し、三分の一を二と為し、之を并せて一十一を得て、以て法と為す。田二百四十歩を置きて、亦た一を以て六と為し、之に乗じて実と為す。実、法の如くして從（縦）歩を得⁽¹⁵⁾。

注：(15) ここでの計算は、 $\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) \times 6 = 6 + 3 + 2 = 11$ を法として、 $\frac{240 \times 6}{11} = \frac{1440}{11} = 130\frac{10}{11}$ のように行われている。

訳：今、広が1歩半と $\frac{1}{3}$ 歩の田があって、求める田の面積は1畝である。問う、縦はどれほどか。答えにいう、 $130\frac{10}{11}$ 歩である。

術にいう、（広の数を並べた）最下に3分の1があるので、1を以て6と為し、半を3と為し、 $\frac{1}{3}$ を2と為し、これらを併せて11を得て、それを法とする。田の面積240平方歩を置いて、また1を以て6と為す、この面積に6を掛けて実とする。実を法で割れば縦の歩数が得られる。

[三] 今有田廣一步半、三分歩之一、四分歩之一、求田一畝。問從幾何。荅曰、一百一十五歩五分歩之一。

術曰、下有四分。以一爲一十二、半爲六、三分之一爲四、四分之一爲三、并之得二十五、以爲法。置田二百四十歩、亦以一爲一十二、乘之爲實。實如法而一、得從歩。

訓読：今、田の広一步半、三分歩の一、四分歩の一有りて、求むる田は一畝。問う、從（縦）は幾何ぞ。答に曰く、一百一十五歩五分歩の一⁽¹⁶⁾。

術に曰く、下に四分有れば、一を以て十二と為し、半を六と為し、三分の一を四と為し、四分の一を三と為し、之を併せて二十五を得て、以て法と為す。田二百四十歩を置きて、亦た一を以て十二と為し、之に乗じて実と為す。実、法の如くして一とし、従(縦)歩を得⁽¹⁷⁾。

注：(16)『算数書』では、ここでの答は $115\frac{5}{25}$ であって、5で約分されていない。

(17)ここでの計算については、前述の注(8)を参照のこと。

訳：今、広が1歩半と $\frac{1}{3}$ 歩と $\frac{1}{4}$ 歩の田があって、求める田の面積は1畝である。問う、縦はどれほどか。答えにいう、 $115\frac{1}{5}$ 歩である。

術にいう、(広の数を並べた)最下に4分の1があるので、1を以て12と為し、半を6と為し、 $\frac{1}{3}$ を4と為し、 $\frac{1}{4}$ を3と為し、これらを併せて25を得て、それを法とする。田の面積240平方歩を置いて、また1を以て12と為す、この面積に12を掛けて実とする。実を法で割れば縦の歩数が得られる。

[四]今有田廣一步半、三分歩之一、四分歩之一、五分歩之一。求田一畝。問從幾何。答曰、一百五歩一百三十七分歩之一十五。

術曰、下有五分、以一爲六十、半爲三十、三分之一爲二十、四分之一爲一十五、五分之一爲一十二、并之得一百三十七、以爲法。置田二百四十歩、亦以一爲六十、乘之爲實。實如法得從歩。

訓読：今、田の広一步半、三分歩の一、四分歩の一、五分歩の一有りて、求むる田は一畝。問う、従(縦)は幾何ぞ。答えに曰く、一百五歩一百三十七分歩の一十五。

術に曰く、下に五分有れば、一を以て六十と為し、半を三十と為し、三分の一を二十と為し、四分の一を一十五と為し、五分之一を一十二と為し、之を併せて一百三十七を得て、以て法と為す。田二百四十歩を置きて、亦た一を以て六十と為し、之に乗じて実と為す。実、法の如くして従(縦)歩を得⁽¹⁸⁾。

注：(18)ここでの計算は、 $(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5})\times 60=60+30+20+15+12=137$ を法として、 $\frac{240\times 60}{137}=\frac{14400}{137}=105\frac{15}{137}$ のように行っている。

訳：今、広が1歩半と $\frac{1}{3}$ 歩と $\frac{1}{4}$ 歩と $\frac{1}{5}$ 歩の田があって、求める田の面積は1畝である。

問う、縦はどれほどか。答えにいう、 $105\frac{15}{137}$ 歩である。

術にいう、(広の数を並べた)最下に5分の1があるので、1を以て60と為し、半を30と為し、 $\frac{1}{3}$ を20と為し、 $\frac{1}{4}$ を15と為し、 $\frac{1}{5}$ を12と為し、これらを併せて137を得て、それを法とする。田の面積240平方歩を置いて、これもまた1を以て60と為し、この面積に60を掛けて実とする。実を法で割れば縦の歩数が得られる。

[五]今有田廣一步半、三分歩之一、四分歩之一、五分歩之一、六分歩之一。求田一畝。問從幾何。答曰、九十七歩四十九分歩之四十七。

術曰、下有六分、以一爲一百二十、半爲六十、三分之一爲四十、四分之一爲三十、五分之一爲二十四、六分之一爲二十、并之得二百九十四、以爲法。置田二百四十歩、亦以一爲一百二十、乘之爲實。實如法得從歩。

訓読：今、田の広一步半、三分歩の一、四分歩の一、五分歩の一、六分歩の一有りて、求むる田は一畝。問う、從(縦)は幾何ぞ。答えに曰く、九十七歩四十九分歩の四十七⁽¹⁹⁾。

術に曰く、下に六分有れば、一を以て一百二十と為し⁽²⁰⁾、半を六十と為し、三分の一を四十と為し、四分の一を三十と為し、五分の一を二十四と為し、六分の一を二十と為し、之を併せて二百九十四を得て、以て法と為す。田二百四十歩を置きて、亦た一を以て一百二十と為し、之に乗じて実と為す。実、法の如くして從(縦)歩を得⁽²¹⁾。

注：(19)『算数書』では、ここでの答は $97\frac{141}{147}$ であつて、3で約分されていない。

(20)ここでの「全歩積分」は、分母の最小公倍数の60では無い。一方、『算数書』では60を用いていた。少広術に忠実に計算すれば、以下のように60となるはずである。ここで、6倍した後で $\frac{6}{4}=1\frac{2}{4}=1\frac{1}{2}$ のように約分しているが、この約分が無ければ術文通り120で倍することになる。しかし、「少広術の過程で約分はしない」と仮定すると、他の算題と整合性がとれない。これについては後文の注(29)で述べる。

①置全歩及分母子	②以最下分母徧乘諸分子及全歩	③各以其母除其子置之於左	④又以分母徧乘諸分子及已通者
全 子 母	全 子 母	全 子 母	全 子 母
1	6	6	30
		3	15
		2	10
		1 1 2	5 5 2
		1 1 5	5 5 5
		1	5

⑤各以其母除其子 置之於左	⑥又以分母徧乘諸 分子及已通者	⑦各以其母除其子 置之於左
全 子 母	全 子 母	全 子 母
30	60	60
15	30	30
10	20	20
7 1 2	14 2 2	15
6	12	12
5	10	10

したがって、「全歩積分」は $6 \times 5 \times 2 = 60$ で、法は

$$\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6}\right) \times 60 = 60 + 30 + 20 + 15 + 12 + 10 = 147 \text{ となるべきであった。}$$

$$(21) \text{ ここでの計算は、} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6}\right) \times 120 = 120 + 60 + 40 + 30 + 24 + 20 = 294 \text{ を}$$

$$\text{法として、} \frac{240 \times 120}{294} = \frac{28800}{294} = 97 \frac{282}{294} = 97 \frac{47}{49} \text{ のように行っている。}$$

訳：今、広が1歩半と $\frac{1}{3}$ 歩と $\frac{1}{4}$ 歩と $\frac{1}{5}$ 歩と $\frac{1}{6}$ 歩の田があって、求める田の面積は1畝である。問う、縦はどれほどか。答えにいう、 $97 \frac{47}{49}$ 歩である。

術にいう、(広の数を並べた)最下に6分の1があるので、1を以て120と為し、半を60と為し、 $\frac{1}{3}$ を40と為し、 $\frac{1}{4}$ を30と為し、 $\frac{1}{5}$ を24と為し、 $\frac{1}{6}$ を20と為し、これらを併せて294を得て、それを法とする。田の面積240平方歩を置いて、これもまた1を以て120と為し、この面積に120を掛けて実とする。実を法で割れば縦の歩数が得られる。

[六]今有田廣一步半、三分歩之一、四分歩之一、五分歩之一、六分歩之一、七分歩之一。求田一畝。問從幾何。答曰、九十二步一百二十一分歩之六十八。

術曰、下有七分、以一爲四百二十、半爲二百一十、三分之一爲一百四十、四分之一爲一百五、五分之一爲八十四、六分之一爲七十、七分之一爲六十、并之得一千八十九、以爲法。置田二百四十歩、亦以一爲四百二十、乘之爲實。實如法得從歩。

訓読：今、田の広一步半、三分歩の一、四分歩之一、五分歩の一、六分歩の一、七分歩の一有り。求むる田は一畝、問う、從(縦)は幾何ぞ。答えに曰く、九十二歩一百二十一分歩の六十八⁽²²⁾。

術に曰く、下に七分有れば、一を以て四百二十と為し、半を二百一十と為し、三分の一を一百四十と為し、四分の一を一百五と為し、五分の一を八十四と為し、六分の一を七十と為し、七分の一を六十と為し、之を併せて一千八十九を得て、以て法と為す。田二百四十歩を置きて、亦た一を以て四百二十となし、之に乗じて実と為す。実、

法の如くして従(縦)歩を得⁽²³⁾。

注：(22)『算数書』では、ここでの答は $92\frac{612}{1089}$ であって、9で約分されていない。

(23) ここでの計算は、

$$\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7}\right) \times 420 = 420 + 210 + 140 + 105 + 84 + 70 + 60 = 1089 \text{を法として、}$$

$$\frac{240 \times 420}{1089} = \frac{100800}{1089} = 92\frac{612}{1089} = 92\frac{68}{121} \text{のように行っている。}$$

訳：今、広が一歩半と $\frac{1}{3}$ 歩と $\frac{1}{4}$ 歩と $\frac{1}{5}$ 歩と $\frac{1}{6}$ 歩と $\frac{1}{7}$ 歩の田があって、求める田の面積は1畝である。問う、縦はどれほどか。答えにいう、 $92\frac{68}{121}$ 歩である。

術にいう、(広の数を並べた)最下に7分の1があるので、1を以て420と為し、半を210と為し、 $\frac{1}{3}$ を140と為し、 $\frac{1}{4}$ を105と為し、 $\frac{1}{5}$ を84と為し、 $\frac{1}{6}$ を70と為し、 $\frac{1}{7}$ を60と為し、これらを併せて1089を得て、それを法とする。田の面積240平方歩を置いて、これもまた1を以て420と為し、この面積に420を掛けて実とする。実を法で割れば縦の歩数が得られる。

[七]今有田廣一步半、三分歩之一、四分歩之一、五分歩之一、六分歩之一、七分歩之一、八分歩之一。求田一畝。問從幾何。答曰、八十八歩七百六十一分歩之二百三十二。

術曰、下有八分、以一爲八百四十、半爲四百二十、三分之一爲二百八十、四分之一爲二百一十、五分之一爲一百六十八、六分之一爲一百四十、七分之一爲一百二十、八分之一爲一百五、并之得二千二百八十三、以爲法。置田二百四十歩、亦以一爲八百四十、乘之爲實。實如法得從歩。

訓読：今、田の広一步半、三分歩の一、四分歩の一、五分歩の一、六分歩の一、七分歩の一、八分歩の一有り。求むる田は一畝、問う、従(縦)は幾何ぞ。答えに曰く、八十八歩七百六十一分歩の二百三十二⁽²⁴⁾。

術に曰く、下に八分有れば、一を以て八百四十と為し、半を四百二十と為し、三分の一を二百八十と為し、四分の一を二百一十と為し、五分の一を一百六十八と為し、六分の一を一百四十と為し、七分の一を一百二十と為し、八分の一を一百五と為し、之を併せて二千二百八十三を得て、以て法と為す。田二百四十歩を置きて、亦た一を以て八百四十と為し、之に乗じて実と為す。実、法の如くして従(縦)歩を得⁽²⁵⁾。

注：(24)『算数書』では、ここでの答は $88\frac{696}{2283}$ であって、3で約分されていない。

(25) ここでの計算は、

$$\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8}\right) \times 840 = 840 + 420 + 280 + 210 + 168 + 140 + 120 + 105 = 2283$$

を法として、 $\frac{240 \times 840}{2283} = \frac{201600}{2283} = 88 \frac{696}{2283} = 88 \frac{232}{761}$ のように行っている。

訳：今、広が1歩半と $\frac{1}{3}$ 歩と $\frac{1}{4}$ 歩と $\frac{1}{5}$ 歩と $\frac{1}{6}$ 歩と $\frac{1}{7}$ 歩と $\frac{1}{8}$ 歩の田があって、求める田の面積は1畝である。問う、縦はどれほどか。答えにいう、 $88 \frac{232}{761}$ 歩である。

術にいう、(広の数を並べた)最下に8分の1があるので、1を以て840と為し、半を420と為し、 $\frac{1}{3}$ を280と為し、 $\frac{1}{4}$ を210と為し、 $\frac{1}{5}$ を168と為し、 $\frac{1}{6}$ を140と為し、 $\frac{1}{7}$ を120と為し、 $\frac{1}{8}$ を105と為し、これらを併せて2283を得て、それを法とする。田の面積240平方歩を置いて、これもまた1を以て840と為し、この面積に840を掛けて実とする。実を法で割れば縦の歩数が得られる。

[八]今有田廣一步半、三分歩之一、四分歩之一、五分歩之一、六分歩之一、七分歩之一、八分歩之一、九分歩之一。求田一畝。問從幾何。答曰、八十四歩七千一百二十九分歩之五千九百六十四。

術曰、下有九分、以一爲二千五百二十、半爲一千二百六十、三分之一爲八百四十、四分之一爲六百三十、五分之一爲五百四、六分之一爲四百二十、七分之一爲三百六十、八分之一爲三百一十五、九分之一爲二百八十、并之得七千一百二十九、以爲法。置田二百四十歩、亦以一爲二千五百二十、乘之爲實。實如法得從歩。

訓読：今、田の広一步半、三分歩の一、四分歩の一、五分歩の一、六分歩の一、七分歩の一、八分歩の一、九分歩の一有り。求むる田は一畝。問う、從(縦)は幾何ぞ。答えに曰く、八十四歩七千一百二十九分歩の五千九百六十四。

術に曰く、下に九分有れば、一を以て二千五百二十と為し、半を一千二百六十と為し、三分の一を八百四十と為し、四分の一を六百三十と為し、五分之一を五百四と為し、六分の一を四百二十と為し、七分の一を三百六十と為し、八分の一を三百一十五と為し、九分の一を二百八十と為し、之を併せて七千一百二十九を得て、以て法と為す。田二百四十歩を置きて、亦た一を以て二千五百二十と為し、之に乗じて実と為す。実、法の如くして從(縦)歩を得⁽²⁶⁾。

注：(26) ここでの計算は、

$$\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9}\right) \times 2520$$

$$= 2520 + 1260 + 840 + 630 + 504 + 420 + 360 + 315 + 280 = 7129$$

を法として、 $\frac{240 \times 2520}{7129} = \frac{604800}{7129} = 84 \frac{5964}{7129}$ のように行っている。

訳：今、広が一歩半と $\frac{1}{3}$ 歩と $\frac{1}{4}$ 歩と $\frac{1}{5}$ 歩と $\frac{1}{6}$ 歩と $\frac{1}{7}$ 歩と $\frac{1}{8}$ 歩と $\frac{1}{9}$ 歩の田があつて、求める田の面積は1畝である。問う、縦はどれほどか。答えにいう、 $84 \frac{5964}{7129}$ 歩である。

術にいう、(広の数を並べた) 最下に9分の1があるので、1を以て2520と為し、半を1260と為し、 $\frac{1}{3}$ を840と為し、 $\frac{1}{4}$ を630と為し、 $\frac{1}{5}$ を504と為し、 $\frac{1}{6}$ を420と為し、 $\frac{1}{7}$ を360と為し、 $\frac{1}{8}$ を315と為し、 $\frac{1}{9}$ を280と為し、これらを併せて7129を得て、それを法とする。田の面積240平方歩を置いて、これもまた1を以て2520と為し、この面積に2520を掛けて実とする。実を法で割れば縦の歩数が得られる。

[九] 今有田廣一步半、三分歩之一、四分歩之一、五分歩之一、六分歩之一、七分歩之一、八分歩之一、九分歩之一、十分歩之一。求田一畝。問從幾何。答曰、八十一歩七千三百八十一分歩之六千九百三十九。

術曰、下有一十分、以一爲二千五百二十、半爲一千二百六十、三分之一爲八百四十、四分之一爲六百三十、五分之一爲五百四、六分之一爲四百二十、七分之一爲三百六十、八分之一爲三百一十五、九分之一爲二百八十、十分之一爲二百五十二、并之得七千三百八十一、以爲法。置田二百四十歩、亦以一爲二千五百二十、乘之爲實。實如法得從歩。

訓読：今、田の広一步半、三分歩の一、四分歩の一、五分歩の一、六分歩の一、七分歩の一、八分歩の一、九分歩の一、十分歩の一有り。求むる田は一畝。問う、從(縦)は幾何ぞ。答えに曰く、八十一歩七千三百八十一分歩の六千九百三十九。

術に曰く、下に一十分有れば、一を以て二千五百二十と為し、半を一千二百六十と為し、三分の一を八百四十と為し、四分の一を六百三十と為し、五分の一を五百四と為し、六分の一を四百二十と為し、七分の一を三百六十と為し、八分の一を三百一十五と為し、九分の一を二百八十と為し、十分の一を二百五十二となし、之を併せて七千三百八十一を得て、以て法と為す。田二百四十歩を置きて、亦た一を以て二千五百二十と為し、之に乗じて実と為す。実、法の如くして從(縦)歩を得⁽²⁷⁾。

注：(27) ここでの計算は、

$$\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{10}\right) \times 2520$$

$$= 2520 + 1260 + 840 + 630 + 504 + 420 + 360 + 315 + 280 + 252 = 7381$$

を法として、 $\frac{240 \times 2520}{7381} = \frac{604800}{7381} = 81 \frac{6939}{7381}$ のように行っている。

訳：今、広が一歩半と $\frac{1}{3}$ 歩と $\frac{1}{4}$ 歩と $\frac{1}{5}$ 歩と $\frac{1}{6}$ 歩と $\frac{1}{7}$ 歩と $\frac{1}{8}$ 歩と $\frac{1}{9}$ 歩と $\frac{1}{10}$ 歩の田があつて、求める田の面積は1畝である。問う、縦はどれほどか。答えにいう、 $81 \frac{6939}{7381}$ 歩である。

術にいう、(広の数を並べた)最下に10分の1があるので、1を以て2520と為し、半を1260と為し、 $\frac{1}{3}$ を840と為し、 $\frac{1}{4}$ を630と為し、 $\frac{1}{5}$ を504と為し、 $\frac{1}{6}$ を420と為し、 $\frac{1}{7}$ を360と為し、 $\frac{1}{8}$ を315と為し、 $\frac{1}{9}$ を280と為し、 $\frac{1}{10}$ を252と為し、これらを併せて7381を得て、それを法とする。田の面積240平方歩を置いて、これもまた1を以て2520と為し、この面積に2520を掛けて実とする。実を法で割れば縦の歩数が得られる。

[一〇]今有田廣一步半、三分歩之一、四分歩之一、五分歩之一、六分歩之一、七分歩之一、八分歩之一、九分歩之一、十分歩之一、十一分歩之一。求田一畝。問從幾何。答曰、七十九歩八萬三千七百一十一分歩之三萬九千六百三十一。

術曰、下有一十一分、以一爲二萬七千七百二十、半爲一萬三千八百六十、三分之一爲九千二百四十、四分之一爲六千九百三十、五分之一爲五千五百四十四、六分之一爲四千六百二十、七分之一爲三千九百六十、八分之一爲三千四百六十五、九分之一爲三千八十、一十分之一爲二千七百七十二、一十一分之一爲二千五百二十、并之得八萬三千七百一十一、以爲法。置田二百四十歩、亦以一爲二萬七千七百二十、乘之爲實。實如法得從歩。

訓読：今、田の広一步半、三分歩の一、四分歩の一、五分歩の一、六分歩の一、七分歩の一、八分歩の一、九分歩の一、十分歩の一、十一分歩の一有り。求むる田は一畝。問う、從(縦)は幾何ぞ。答えに曰く、七十九歩八万三千七百一十一分歩の三万九千六百三十一。

術に曰く、下に一十一分有れば、一を以て二万七千七百二十と為し、半を一萬三千八百六十と為し、三分の一を九千二百四十と為し、四分の一を六千九百三十と為し、五分の一を五千五百四十四と為し、六分の一を四千六百二十と為し、七分の一を三千九百六十と為し、八分の一を三千四百六十五と為し、九分の一を三千八十と為し、一十分の一を二千七百七十二と為し、一十一分の一を二千五百二十と為し、之を併せて八万三千七百一十一を得て、以て法と為す。田二百四十歩を置きて、亦た一

を以て二万七千七百二十と為し、之に乗じて実と為す。実、法の如くして従（縦）歩を得⁽²⁸⁾。

注：(28) ここでの計算は、

$$\begin{aligned} & \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{10} + \frac{1}{11}\right) \times 27720 \\ & = 27720 + 13860 + 9240 + 6930 + 5544 + 4620 + 3960 + 3465 + 3080 + 2772 + 2520 = 83711 \\ & \text{を法として、} \frac{240 \times 27720}{83711} = \frac{6652800}{83711} = 79 \frac{39631}{83711} \text{のように行っている。} \end{aligned}$$

訳：今、広が一歩半と $\frac{1}{3}$ 歩と $\frac{1}{4}$ 歩と $\frac{1}{5}$ 歩と $\frac{1}{6}$ 歩と $\frac{1}{7}$ 歩と $\frac{1}{8}$ 歩と $\frac{1}{9}$ 歩と $\frac{1}{10}$ 歩と $\frac{1}{11}$ 歩の田があって、求める田の面積は1畝である。問う、縦はどれほどか。答えにいう、 $79 \frac{39631}{83711}$ 歩である。

術にいう、(広の数を並べた)最下に11分の1があるので、1を以て27720と為し、半を13860と為し、 $\frac{1}{3}$ を9240と為し、 $\frac{1}{4}$ を6930と為し、 $\frac{1}{5}$ を5544と為し、 $\frac{1}{6}$ を4620と為し、 $\frac{1}{7}$ を3960と為し、 $\frac{1}{8}$ を3465と為し、 $\frac{1}{9}$ を3080と為し、 $\frac{1}{10}$ を2772と為し、 $\frac{1}{11}$ を2520と為し、これらを併せて83711を得て、それを法とする。田の面積240平方歩を置いて、これもまた1を以て27720と為し、この面積に27720を掛けて実とする。実を法で割れば縦の歩数が得られる。

[一一]今有田廣一歩半、三分歩之一、四分歩之一、五分歩之一、六分歩之一、七分歩之一、八分歩之一、九分歩之一、十分歩之一、十一分歩之一、十二分歩之一。求田一畝。問從幾何。答曰、七十七歩八萬六千二十一分歩之二萬九千一百八十三。

術曰、下有一十二分、以一爲八萬三千一百六十、半爲四萬一千五百八十、三分之一爲二萬七千七百二十、四分之一爲二萬七百九十、五分之一爲一萬六千六百三十二、六分之一爲一萬三千八百六十、七分之一爲一萬一千八百八十、八分之一爲一萬三百九十五、九分之一爲九千二百四十、一十分之一爲八千三百一十六、十一分之一爲七千五百六十、十二分之一爲六千九百三十、并之得二十五萬八千六十三、以爲法。置田二百四十歩、亦以一爲八萬三千一百六十、乘之爲實。實如法得從歩^[6]。

訓読：今、田の広一歩半、三分歩の一、四分歩の一、五分歩の一、六分歩の一、七分歩の一、八分歩の一、九分歩の一、十分歩の一、十一分歩の一、十二分歩の一有り。求むる田は一畝。問う、従（縦）は幾何ぞ。答えに曰く、七十七歩八万六千二十一分歩の二万九千一百八十三。

術に曰く、下に一十二分有れば、一を以て八万三千一百六十と為し⁽²⁹⁾、半を四万一千五百八十と為し、三分の一を二万七千七百二十と為し、四分の一を二万七千九十と為し、五分の一を一万六千六百三十二と為し、六分の一を一万三千八百六十と為し、七分の一を一万一千八百八十と為し、八分の一を一万三百九十五と為し、九分の一を九千二百四十と為し、十分の一を八千三百一十六と為し、十一分の一を七千五百六十と為し、十二分の一を六千九百三十と為し、之を并せて二十五万八千六十三を得て、以て法と為す。田二百四十歩を置きて、亦た一を以て八万三千一百六十と為し、之に乗じて実と為す。実、法の如くして従(縦)歩を得⁽³⁰⁾。

注：(29) 少広術によれば、ここは最小公倍数の27720で倍すべきである。後文の李注[6]参照。少広術に忠実に計算すれば、その始めの過程は以下のようになるはずであった。

①置全歩及分母子			②以最下分母徧乘諸分子及全歩			③各以其母除其子置之於左			④又以分母徧乘諸分子及已通者		
全	子	母	全	子	母	全	子	母	全	子	母
1			12			12			132		
	1	2		12	2		6		66		
	1	3		12	3		4		44		
	1	4		12	4		3		33		
	1	5		12	5	2	2	5	22	22	5
	1	6		12	6	2			22		
	1	7		12	7	1	5	7	11	55	7
	1	8		12	8	1	1	2	11	11	2
	1	9		12	9	1	1	3	11	11	3
	1	10		12	10	1	1	5	11	11	5
	1	11		12	11	1	1	11	11	11	11
	1	12		12	12	1			11		

ここで、12を乗じた後で $\frac{12}{9} = 1\frac{3}{9} = 1\frac{1}{3}$ のように約分を行うのは注(20)で述べたのと同様である。この算題では正にこの $\frac{12}{9} = 1\frac{3}{9} = 1\frac{1}{3}$ という約分をしていないが故に「全歩の積分」が83160となってしまっており、他の部分では約分をしてもしなくても結果に差は生じない。逆に言えば、術の計算過程で約分を必ず行うことにしていたのならば、上の約分も実行されて「全歩の積分」は27720になるはずであったが、術の計算過程では約分は行わないことにしていたために「全歩の積分」は83160となり、より煩雑な計算を強いられる結果になったと考えることもできるのである。注(20)ですでに述べたように、これと同様の状況は算題[五]でも発生しており、この2題だけならこのような説明も可能である。しかしながら、この仮定は正しくない。「術の計算過程では約分は行わない」とすれば、最下の分母が7, 8, 10, 11であるとき

に、術文の「全歩の積分」とは値が変わってくるのである。ここでは7のときのみ確認するに留める。

①置全歩及分母子

全	子	母
1		
	1	2
	1	3
	1	4
	1	5
	1	6
	1	7

②以最下分母偏乘諸分子及全歩

全	子	母
7		
	7	2
	7	3
	7	4
	7	5
	7	6
	7	7

③各以其母除其子置之於左

全	子	母
7		
3	1	2
2	1	3
1	3	4
1	2	5
1	1	6
1		

④又以分母偏乘諸分子及已通者

全	子	母
42		
18	6	2
12	6	3
6	18	4
6	12	5
6	6	6
6		

⑤各以其母除其子置之於左

全	子	母
42		
21		
14		
10	2	4
8	2	5
7		
6		

⑥又以分母偏乘諸分子及已通者

全	子	母
210		
105		
70		
50	10	4
40	10	5
35		
30		

⑦各以其母除其子置之於左

全	子	母
210		
105		
70		
52	2	4
42		
35		
30		

⑧又以分母偏乘諸分子及已通者

全	子	母
840		
420		
280		
208	8	4
168		
140		
120		

⑨各以其母除其子置之於左

全	子	母
840		
420		
280		
210		
168		
140		
120		

(30) ここでの計算は、

$$\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12}\right) \times 83160$$

$$= 83160 + 41580 + 27720 + 20790 + 16632 + 13860 + 11880 + 10395$$

$$+ 9240 + 8316 + 7560 + 6930 = 258063$$

を法として、 $\frac{240 \times 83160}{258063} = \frac{19958400}{258063} = 77 \frac{87549}{258063} = 77 \frac{29183}{86021}$ のように行っている。

訳：今、広がり1歩半と $\frac{1}{3}$ 歩と $\frac{1}{4}$ 歩と $\frac{1}{5}$ 歩と $\frac{1}{6}$ 歩と $\frac{1}{7}$ 歩と $\frac{1}{8}$ 歩と $\frac{1}{9}$ 歩と $\frac{1}{10}$ 歩と $\frac{1}{11}$ 歩と $\frac{1}{12}$ 歩の田があって、求める田の面積は1畝である。問う、縦はどれほどか。答えにいう、 $77 \frac{29183}{86021}$ 歩である。

術にいう、(広の数を並べた)最下に12分の1があるので、1を以て83160と為し、半を41580と為し、 $\frac{1}{3}$ を27720と為し、 $\frac{1}{4}$ を20790と為し、 $\frac{1}{5}$ を16632と為し、 $\frac{1}{6}$ を13860と為し、 $\frac{1}{7}$ を11880と為し、 $\frac{1}{8}$ を10395と為し、 $\frac{1}{9}$ を9240と為し、 $\frac{1}{10}$ を8316と為し、 $\frac{1}{11}$ を7560と為し、 $\frac{1}{12}$ を6930と為し、これらを併せて258063を得て、それを法とする。田の面積240平方歩を置いて、これもまた1を以て83160と為し、この面積に83160を掛けて実とする。実を法で割れば縦の歩数が得られる。

[6]臣淳風等謹按、凡爲術之意、約省爲善。宜云「下有一十二分、以一爲二萬七千七百二十、半爲一萬三千八百六十、三分之一爲九千二百四十、四分之一爲六千九百三十、五分之一爲五千五百四十四、六分之一爲四千六百二十、七分之一爲三千九百六十、八分之一爲三千四百六十五、九分之一爲三千八十、十分之一爲二千七百七十二、十一分之一爲二千五百二十、十二分之一爲二千三百一十、并之得八萬六千二十一、以爲法。置田二百四十歩、亦以一爲二萬七千七百二十、乘之以爲實。實如法得從歩。」其術亦得知不繁也。

訓読：臣淳風等謹みて按ずるに、凡そ術を爲すの意は、約省⁽³¹⁾を善と爲す。宜しく云うべきは「下に一十二分有れば、一を以て二万七千七百二十と爲し、半を一萬三千八百六十と爲し、三分の一を九千二百四十と爲し、四分の一を六千九百三十と爲し、五分の一を五千五百四十四と爲し、六分の一を四千六百二十と爲し、七分の一を三千九百六十と爲し、八分の一を三千四百六十五と爲し、九分の一を三千八十と爲し、十分の一を二千七百七十二と爲し、十一分の一を二千五百二十と爲し、十二分の一を二千三百一十と爲し、之を併せて八万六千二十一を得て、以て法と爲す。田二百四十歩を置きて、亦た一を以て二万七千七百二十と爲し、之に乗じて以て実と爲す。実、法の如くして從(縦)歩を得」と。其の術も亦た、繁ならずと知るを得る也⁽³²⁾。

注：(31)「約省」とは、計算を簡略にすること「節約」に同じ。注(10)参照。

(32)この術もまた前述の李注[4]を念頭に置いている。

訳：臣淳風等謹みて按じますに、凡そ術を爲すときに肝要なのは、簡潔を善しとすることである。宜しく「(広の数を並べた)最下に12分の1があるので、1を以て27720と爲し、半を13860と爲し、 $\frac{1}{3}$ を9240と爲し、 $\frac{1}{4}$ を6930と爲し、 $\frac{1}{5}$ を5544と爲し、 $\frac{1}{6}$ を4620と爲し、 $\frac{1}{7}$ を3960と爲し、 $\frac{1}{8}$ を3465と爲し、 $\frac{1}{9}$ を3080と爲し、 $\frac{1}{10}$ を2772と爲し、 $\frac{1}{11}$ を2520と爲し、 $\frac{1}{12}$ を2310と爲し、これらを併せて86021を得て、それを法とする。田の面積240平方歩を置いて、これもまた1を以て27720と爲し、この面積に27720を掛けて実とする。実を法で割れば縦の歩数が得られる」と云うべきである。この術もまた、

繁雑にはならないことが知られる。

注：(33) 『算数書』との比較について。『算数書』の「少広」題では「下有十分」までが扱われていて（ただし「下有十分」の縦の分子は読めない）、『九章算術』よりやや少ない。算木を用いた具体的計算アルゴリズムには触れず、計算データと立式のみ、すなわち「積分」の値を与え、それを広の分数列と一畝の歩数に乗じて、それぞれ法・実として縦を求めると書かれているのみである。また、得られた縦の値は全て約分されておらず、『算数書』が『九章算術』に先行していたことが窺える。一方で、『算数書』では「積分」の値はどの算題でも分母の最小公倍数を与えており、「下有六分」で誤った『九章算術』より優れているように見える。これに対しては、次のような仮説が考えられる。

「下有四分」では倍数は12であった。「下有五分」では新たに5が分母に現れるが、この5では12を割りきれない。そこで $12 \times 5 = 60$ を与える。さらに「下有六分」では新たに6が分母に現れるが、この6で60は割りきれぬ。そこで60倍のままとした。

このように、新たな分母が現れると、それが前段階の「積分」の値を割りきるか否かに応じて「積分」の値を変えていったとすれば、最小公倍数ということを考えずとも『算数書』で結果としてそれが「積分」の値に与えられていたことの説明がつく。ただし、『九章算術』でなぜこの方法が採用されなかったのかは依然不明である。『九章算術』は「下有十二分」でも誤っており、このエラーがどういう理由で引き起こされたのか合理的説明が待たれるところである。「少広術」の最後に『算数書』『九章算術』の両者の比較をまとめておく。

広	『算数書』			『九章算術』		
	積分	法	縦	積分	法	縦
$1 + \frac{1}{2}$	2	3	160	2	3	160
$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$	6	11	$130 \frac{10}{11}$	6	11	$130 \frac{10}{11}$
$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$	12	25	$115 \frac{5}{25}$	12	25	$115 \frac{1}{5}$
$1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{5}$	60	137	$105 \frac{15}{137}$	60	137	$105 \frac{15}{137}$
$1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{6}$	60	147	$97 \frac{141}{147}$	120	294	$97 \frac{47}{49}$
$1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{7}$	420	1089	$92 \frac{612}{1089}$	420	1089	$92 \frac{68}{121}$

広	『算数書』			『九章算術』		
	積分	法	縦	積分	法	縦
$1+\frac{1}{2}+\dots+\frac{1}{8}$	840	2283	$88\frac{696}{2283}$	840	2283	$88\frac{232}{761}$
$1+\frac{1}{2}+\dots+\frac{1}{9}$	2520	7129	$84\frac{5964}{7129}$	2520	7129	$84\frac{5964}{7129}$
$1+\frac{1}{2}+\dots+\frac{1}{10}$	2520	7381	$81\frac{xxxx}{7381}$	2520	7381	$81\frac{6939}{7381}$
$1+\frac{1}{2}+\dots+\frac{1}{11}$				27720	83711	$79\frac{39631}{83711}$
$1+\frac{1}{2}+\dots+\frac{1}{12}$				83160	258063	$77\frac{29183}{86021}$

参考文献

- 1) 李繼閔 『《九章算術》校註』(1993年9月)
- 2) 郭書春 『匯校九章算術』(2004年8月)
- 3) 郭書春・劉鈍 『算經十書』(1998年12月、遼寧教育出版社)、(2001年4月、九章出版社)
- 4) 川原秀城 「劉徽註九章算術」(『中国天文学・数学集』所収、1980年11月)
- 5) 白尚恕 『《九章算術》注釈』(1983年12月)
- 6) 沈康身 『九章算術導読』(1997年2月)
- 7) 李繼閔 『《九章算術》及其劉徽注研究』(1992年8月)
- 8) 李繼閔 『《九章算術》導読与訳注』(1998年9月)
- 9) 李籍 『九章算術音義』(叢書集成初編本『九章算術』所収)
- 10) 「九章算術補註」(李儼 『中算史論叢』(三)、1935年12月)
- 11) 楊輝 『詳解九章算法』(百部叢書集成本)
- 12) 李潢 『九章算術細草図説』(嘉慶庚辰版本)
- 13) 清水達雄 『九章算術』1～15(「数学セミナー」1975年2月号～1976年4月号)
- 14) 張家山漢簡 『算数書』研究会編 『漢簡『算数書』—中国最古の数学書—』(朋友書店、2006年10月)
- 15) Shen, Kang-Shen, Crossley, John N., Lun, Anthony W. C. 『The Nine Chapters on the Mathematical Art : Companion and Commentary』(Oxford Univ. Press, 1999)
- 16) 大川俊隆 『九章算術』訳注稿(1)大阪産業大学論集 人文・社会科学編2号(2008年2月)
- 17) 大川俊隆 『九章算術』訳注稿(2)大阪産業大学論集 人文・社会科学編3号(2008年6月)
- 18) Chemla, Karine; Guo, Shuchun 『Les neuf chapitres, Le classique mathématique de la Chine ancienne et ses commentaires』(Dunod, 2004)

- 19) 大川俊隆『九章算術』訳注稿(3)大阪産業大学論集 人文・社会科学編 4号(2008年10月)
- 20) 大川俊隆『九章算術』訳注稿(4)大阪産業大学論集 人文・社会科学編 5号(2009年2月)
- 21) 馬場理恵子『九章算術』訳注稿(5)大阪産業大学論集 人文・社会科学編 6号(2009年6月)
- 22) 馬場理恵子『九章算術』訳注稿(6)大阪産業大学論集 人文・社会科学編 7号(2009年10月)
- 23) 錢宝琮点校『九章算術点校』(1991年、九章出版社)
- 24) 角谷常子、張替俊夫『九章算術』訳注稿(7)大阪産業大学論集 人文・社会科学編 8号(2010年2月)
- 25) 汪萊撰『校正九章算術及戴氏訂訛』衡齋遺書(1892年刻本)
- 26) 角谷常子、張替俊夫『九章算術』訳注稿(8)大阪産業大学論集 人文・社会科学編 9号(2010年6月)
- 27) 田村 誠、張替俊夫 新たに出現した二つの古算書 — 『数』と『算術』大阪産業大学論集 人文・社会科学編 9号(2010年6月)
- 28) 郭書春『九章算術訳注』(2009年12月、上海古籍出版社)