張家山漢簡『算数書』の文字・用語について（１）

張家山漢簡『算数書』研究会

大　川　俊　隆

On the characters & Technical Terms in "*Suanshu-shu*" of the Zhangjiashan Scrips of the Ham dynasty, vol.1

OHKAWA Toshitaka

私は、2001年10月に、張家山漢簡『算数書』研究会を立ち上げて以来、班員とともに４年近くに渡って、張家山漢簡『算数書』の解読作業を行ってきた。その成果は、

張家山漢簡『算数書』研究会「張家山漢簡『算数書』訳注稿」(1)―(8)（大阪産業大学論集　人文科学編108―117号，2002年10月―2005年10月）

として順次発表してきたが、今般、研究会は『算数書』190簡の解読作業をほぼ終え、現在は、上述の成果を一冊の書にまとめるべく、『漢簡算数書―中国最古の数学書―』の編纂作業に入っている。その主要な作業は、張家山漢墓整理小組が行った、『算数書』簡の配列の再検討と、上の「訳注稿」(1)―(8)で行った解読結果の幾つかの部分に対する再検討である。

これと同時に、『算数書』中で用いられる文字や用語に対する再検討も行っている。

今回発表するのは、この再検討の過程で解明できた事柄をまとめた、２つの小論、即ち、

Ⅰ、『算数書』「少広」題の「積分」「積歩」について

Ⅱ、『算数書』中の主要数学用語

である。Ⅰは、「少広」題の再検討を行うために書いた草稿を基にしている。Ⅱは、『漢簡算数書―中国最古の数学書―』の付録とすべく、『算数書』中の主要な数学用語について、私が解説したものである。

以後も、順次解明されるであろう『算数書』中の文字・用語については、続けて発表してゆく所存である。

平成17年10月31日　原稿受理
大阪産業大学　教養部

Ⅰ、『算数書』「少広」題の「積分」「積歩」について

一

『算数書』「少広」題冒頭に、

> 救（求）少廣之術曰、先直（置）廣、即曰、下有若干步、以一爲若干、以半爲若干、以三分爲若干、積分以盡所救(求)分、同之、以爲法。即耤（藉）直(置)田二百四十步亦以一爲若干、 164
> 以爲積步。除積步如法得從(縱)一步。不盈步者、以法命其分[注1]。 165
> （少広を求むるの術に曰く、先に広を置き、即ち曰く、下に若干歩有れば、一を以て若干と為し、半を以て若干と為し、三分を以て若干と為し、分に積んで、以て求むる所の分を尽して、之を同せ、以て法と為す。即ち藉りて田二百四十歩を置き、亦た一を以て若干と為し、以て積歩と為す。積歩を除くに、法の如くして縦の一歩を得。歩に盈たざる者は、法を以て其の分に命ず)。

という文がある。ここの文意は極めて難解で、特にその中の「積分」「積歩」の義を明確にできないと、その全体の文意はほとんど正確に理解できない。本稿は、「積分」「積歩」の義を明らかにしながら、上文の意を解明しようというものである。

二

彭浩氏は、上文の「少広」の「即ち曰く」以下「以て法と爲す」までの箇所に注を加えて[注2]、

> 本段の意は、若し「少広」が一つの帯分数であるか、或いは若干個の分数より成っているならば、それらを仮分数にするか、或いは通分して、除数にしなければならない、というもの。「積分」とは、若干個の分数を通分して加えた後に得られる分数を指す。これを除数とする。

という。注の中の「分数」は、恐らくは「数」の誤り。「分数」では基本的に法となりえないからである。「積分」は、彭浩氏の理解では、いくつかの分数を通分して、その分子

を足した数を指すと考えているようである。また、氏は、「積歩」については、次のように注している。

240平方歩を上述の公分母に基づいて仮分数になしたものを指す。それを被除数とするので、下文に「積歩を除す」とある。

「仮分数」は、恐らくは「仮分数の分子」の意であろう。仮分数も基本的に実とはなりえないからである。

彭浩氏の注で欠けているのは、分数を整数化し、それによって計算をスムーズに行おうという、当時の方法への配慮である。『算数書』においては、分数は、なるべく早く整数化し、それで計算をスムーズに進めていこうという考えが随所に見られる[注3]。

さて、「積歩」から話を進めよう。

『九章算術』（以下『九章』と呼ぶ）「方田章」2 に、

方田術に曰く、広・従（縦）の歩数相乗じて積歩を得。

とあり、その劉徽注に「この積は、田冪を謂う。凡そ広・従相乗ずるを冪と謂う」[注4]とあり、「積歩」とは、田の面積で、（平方）歩で表されるもの、の意である。事実、『九章』には、「積里」という語句も見え、先に引いた、「方田」章の文のすぐ後に、

里田術に曰く、広・従（縦）の里数相乗じて積里を得。

とある。他に「積尺」という用語も多く見え、立方尺を単位とする体積の意である。例えば、「商功章」１の、

術に曰く、上下の広を并せて之を半にし、高若しくは深を以て之に乗じ、又袤を以て之に乗ずれば、即ち積尺なり。

とある。『九章』中における「積」は、ほとんど「面積」「体積」の義で用いられている[注5]。

これに対して、『算数書』の「少広」題の「積歩」は、やや義を異にしているようである。

「少広」題の具体的な計算を例に挙げて説明しよう[注6]。

面積１平方里（240平方歩）で、広が$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}$であった場合、まづ広の方の各々の数に60を掛ける。そうすると、１が60に、$\frac{1}{2}$が30に、$\frac{1}{3}$が20に、$\frac{1}{4}$が15に、$\frac{1}{5}$が12になる。これらを足すと137、これを法（除数）とする。次に、240平方歩の方にも60を掛けると、14400平方歩となる。この「14400平方歩」こそが「積歩」である。この「積歩」は、実際の面積ではなく、実際の面積に60を掛けた、「仮の更に大きな（平方）歩」の意である。『九章』のように実際の「面積」の義でないのに何故「積」字を用いるのか。恐らく『算数書』の時代には、「積」字が、後代の「面積」や「体積」という義以外に、後代とはやや異なった、数学上の用義をも有していたからであろう。

『算数書』の「息銭」題は、100銭で１ヶ月の利息が３銭の場合、60銭借りて16日で返した時の利息を問う問題であるが、条件が「１ヵ月」「100銭」「３銭」と３つもあるので、比例計算になじまない[注7]。そこで、

術曰、計百錢一月、積錢數以爲法。直（置）貸錢以一月百錢息乘之、有（又）以日數乘之為實。實如法得一錢。　64―65

（術に曰く、百銭を一月に計りて、銭数を積みて以て法と為す。貸銭を置き、一月の百銭の息を以てこれに乗じ、又日数を以てこれに乗じて実となす。実、法の如くして一銭を得）。

と、「百銭を一月に計る」という換算をなす。即ち、１日で、100銭×30日＝3000銭を借りた場合の利息を３銭としこれを規準にする。次に、１日で60銭×16日＝960銭借りたと考えて、これで比例計算を行うのである。ここで、「銭数を積む」とは、100銭×30日＝3000銭という換算をすること。100銭という「銭数」を30日借りるのを、3000銭を１日借りると考えて、100銭を30回積んでゆくことである。ここでも、「積」は、実際には存在しない、仮の大きな数字を仮に作り出すことを表している。

「繒幅」題に、「積寸」という語句が見える。

繒幅廣廿二寸、袤十寸、賈（價）廿三錢。今欲買從利廣三寸、袤六十寸、問積寸及賈（價）錢各幾何。曰、八寸十一分寸二、賈（價）十八錢十一分錢九。　61―62

（繒の幅広二十二寸、袤十寸にして、価二十三銭。今、従利の広三寸、袤六十寸を買

わんと欲す。問う、積寸及び価銭は各々幾何ぞ。曰く、八寸十一分寸の二。価、十八銭十一分銭の九)。

この「繒幅」題の問題は、広３寸、袤60寸という繒布を、漢代の標準幅22寸に換算し[注8]、その上で、「幅22寸、袤10寸で値段22銭」という当時の縦・横基準とその値段を基に、広３寸、袤60寸という繒布の値段を求めるという問題である。ここでいう「積寸」とは、３寸×60寸で、180平方寸という繒布の面積を出し、これを標準幅22寸で割った結果出てくる数値である。要するに、当時の縦横基準とは異なった、縦横の長さの布を、面積から標準幅に換算した結果出てくる縦の長さを、「積寸」と呼んでいるのである。よって、この「積」も面積・体積の義ではない。幅22寸とすることにより、仮に出てくる、寸で表される数値である。この数値を袤10寸で割り、その値に22銭を掛ければ、布の値段が出てくることになるので、一般的にはその値は、10寸の何倍かになることが想定されているので、「積寸」という用語が生み出されたのであろう。

「旋粟」題は、高さ５尺、下周30尺の円錐の体積を求める問題である。

其述（術）曰：下周自乘、以高乘之、卅六成一。・大積四千五百尺。　146―147
(其の術に曰く、下周を自乗して、高を以て之に乗じ、三十六にして一と成す。大積は四千五百（立方）尺)。

この中に、「大積」という用語が見える。円錐の体積を求めるのに、まづ「下周を自乗して、高を以て之に乗じ」ている。これを36で割ることによって、「旋粟」の体積を求めるのである。

この計算は、古代中国における、円の面積の求め方と、円錐の体積の求め方の二つに基づいている。円の面積を円周から求めるには、円周を自乗して、これを12で割るのである[注9]。また、円の面積が分かれば、それに高さを乗じて、円柱の体積が求められる。円柱の体積を３で割れば、円錐、即ち、ここでいう「旋粟」の体積となる。よって、12と３で２回割るのではなく、円周を自乗して、これに高さを乗じ、更にこれを12×３＝36で１回割ればよいのである。今、36で割る前の、円周を自乗して、高さを乗じた結果出てくる数字、4,500立方尺を「大積」と呼んでいるのである。ここで、36で割る前の数字は、求める「積」（円錐の体積）より大きいので、「大積」と呼んだのであろう。よって、「大積」は、具体的な立体を表すのではない。円錐の体積を求めるために、仮に積んだ数字に過ぎ

ないのである[注10]。

以上のような、「積歩」「銭数を積む」「積寸」「大積」の用法より、『算数書』の「積」字には、実際には存在しない仮想の数字を積んで行くという用義があったようである。そして、『九章』の中の「積」字では、このような用義は見当たらない。『九章』の中での「積」は、先述した通り、ほとんど面積・体積の義である。だとすればこのような「積」の用法は、『九章』の時代には、既に消滅していたのであろう。なお『算数書』の中には、後の『九章』と同様に、「面積」「体積」の義で用いられる「積」字も見られるのは、先述した通りである。これらの義の方は、後代にも残存し、『九章』の中の、ほとんどの「積」字の義に連なっているのである。

三

では、「少広」題の「積分」の検討に移ろう。

『九章』「少広章」の冒頭に、次のような文があり、「積分」という語彙が見える。

少廣術曰、置全歩及分母子、以最下分母遍乘諸分子及全歩、各以其母除其子、置之於左。命通分者、又以分母遍乘諸分子、及已通者皆通而同之、幷之爲法。置所求歩數、以全歩積分乘之爲實。實如法而一、得從歩。

（少広術に曰く、全歩及び分母・子を置きて、最下の分母を以て遍く諸の分子及び全歩に乗ず。各々その母を以てその子を除し、之を左に置く[注11]。通分を命ずる者は、また分母を以て遍く諸の分子及び已に通ずる者に乗ず。皆通じて之を同じくすれば、之を并(併)せて法と為す。求むる所の歩数を置き、全歩の積分を以て之に乗じて実と為す。実、法の如くして一とし、従（縦）の歩を得)。

意味は、『算数書』「少広」題の文と大体同意だが、やや異なるところがある。

上と同様、広が $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}$ であった時の具体的な計算式で説明しよう。

「最下の分母を以て遍く諸の分子及び全歩に乗ず」とは、最後にある、$\frac{1}{5}$の分母5を、1、$\frac{1}{2}$、$\frac{1}{3}$、$\frac{1}{4}$、$\frac{1}{5}$に掛けると、各々5、$\frac{5}{2}$、$\frac{5}{3}$、$\frac{5}{4}$、$\frac{5}{5}$となる。このうち、5と、分子を分母で割ったのが整数となる$\frac{5}{5}$は1として、左に置く。残りの$\frac{5}{2}$、$\frac{5}{3}$、$\frac{5}{4}$のうち、最後の$\frac{5}{4}$の分母4を、左に置いた5と1、そして$\frac{5}{2}$、$\frac{5}{3}$、$\frac{5}{4}$に掛ける。これが、「通分を命ずる者は、また分母を以て遍く諸の分子及び已に通ずる者に乗ず」である。その結果、$5\times4=20$、$1\times4=4$、$\frac{20}{2}=10$、$\frac{20}{3}$、$\frac{20}{4}=5$となる。次に、先ほどと同様に、20と4、そし

て新たに整数となった10と５を左に置く。そうすると、残りの分数は、$\frac{20}{3}$だけなので、その分母３を全部に掛けてやると、60、12、30、15、そして、$\frac{60}{3}=20$とすべて整数となる。これが、「皆通じて之を同じくす」ることである。そして、「之を并（併）せて法と為す」、即ち、これらを全部足すと、137となって、これを法とする、のである。

次に、実を計算する。「求むる所の歩数を置く」とは、計算の対象となっている田１畝を平方歩数に換算した数、240を置くこと。「全歩の積分を以て之に乗じて実と為す」とは、最初の全歩（広の整数部分）、即ち、１に上で掛けた３回の数、５、４、3を240歩にも掛けてやることである。即ち，240×５×４×３となって、これを実とするのである。そうすると、「積分」とは、広を整数にするために分数に何回かかけてやった数（ここでの計算では、５×４×３）の意となる。

『九章』の「少広章」が「少広」題と異なるのは、「少広章」が５を掛け、その後４を掛け、その後３を掛ける、というように、段階的に整数化を行っているのに対して、「少広」題の方は、一挙に60を掛けているところであろう。

では、５を掛け、４を掛け、３を掛けるというように、段階的に整数化を行っていくのと、一挙に60を掛けるのとどちらが当時オーソドックスな方法かというと、恐らく後者であろう。「少広」題の「積分」、即ち「分に積む」とは、60を一挙に掛ける計算が、実は、５を掛け、４を掛け、３を掛けるというように、分子に数を積み重ねて整数化していたということを物語っているのであろう。

そうすると、「分に積んで、以て求むる所の分を尽して之にあわ同せ、以て法と為す」とは、５、4，3と、分子に掛けることを積み重ねて、計算対象である分数を整数化し、それらを合わせて法とする、という意味になろう。ここでも「積」は、整数化するために、ある数を積み重ねてかけていった結果の、実際には存在しない数、という意味も含んでいるのであろう。若しそうだとすれば、この「積」も、上で見てきた、「積歩」「銭数を積む」「積寸」「大積」と共通の用義を有することとなろう。

四

以上の「積歩」「積分」の用義の検討を踏まえて、「少広」題の冒頭を訳しておく。

少広の術に曰く、まず広を置く。即ち曰く、分母にある歩数があると、（それに見合った、分母を積み重ねた数を各々に掛けることにより）、１を若干とし、$\frac{1}{2}$を若干とし、$\frac{1}{3}$を若干として、（分数のものを整数化する）。このように分母を積み重ねた数、「積分」を掛けることによって、計算対象である分数を無くして整数化し、（これによって）元々

整数であったものと整数化したものを合わせて、法とする。その後即ち、（１平方里に）藉（よ）って（歩に換算した）240平方歩を置いて、（法を出す時に）１を若干とした（まさにその若干の数[注12]）を240に掛けて、それを「積歩」とする。この積歩を割るに、法でもってすると、縦の歩数が得られる。

『算数書』「少広」題の「積分」とは、広の分数を整数化するために分母にある数を次々にかけていくこと、「積歩」とは、広を整数化するのに見合って、面積の方にも同じ数をかけてやることによって生じる、仮の大きな面積の意であったことが知られるのである。

かつて、我々は、「張家山漢簡『算数書』訳注稿」（３）[注13]の中で、「少広」題を解釈した折、原文の「耤」を「藉」とし、「即藉」で「もしかりに」と訓んだ。しかし、ここは、「井材」題の、

術曰、耤（藉）周自乘、以深乘之、十二成一。

と同様、「藉」は、『管子』「内業」の「彼道自来、可藉与謀」に対する房玄齢の注「藉、因也」により、「よる」と訓むべきであろう。「即藉」の後に「一里」が略されていると考えれば、「即ち一平方里に藉りて」となり、下の「田二百四十歩を置く」と合う。ここに謹んで訂正する。

注

１、以下に『算数書』の文を引用する場合には、冒頭で述べたように、現在編纂作業を進めている、『漢簡算数書—中国最古の数学書』の釈文を用いる。

２、彭浩氏の「積分」「積歩」に対する注は、『張家山漢簡《算数書》註釈』（科学出版社, 2001年７月）の118—119頁。

３、答えは分数となる場合でも、「術曰」以下で計算方法を一般的に示す時には、整数を用いて説明をしていて、分数を用いない。

４、劉徽が「積」を「冪」で説明することに対して、李淳風は、「理を以て之を推せば、固り当に爾らざるべし。何となれば則ち、冪は方面単布の名、積は乃ち衆数聚居の称。名に循い実を責むれば、二者は全く殊なる」としている。『九章』の時代には、「積」は面積の義でも用いられていたことに対して、李淳風は、より厳密に言葉を使い分けしようとしているのである。

５、『九章』において、「積」が面積・体積以外の義で用いられるのは、三で引用する、「少広章」冒頭の文中に見える「以全歩積分乘之爲實」という句中の「積分」という語彙においてのみである。

６、「少広」題は、田の面積が１畝、即ち240平方歩で、広、即ち横が各々$1+\frac{1}{2}$、$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$、$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}$、$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}$、$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}$、・・・の時の縦の長さを求める問題である。今、例に挙げたものは、そのうちの４番目の広のものである。

７、『算数書』の算題の多くは、最終的に問題条件を比例計算にもってゆくことによって、答えを求める形をとる。

８、繒や布の、秦代の基準幅は、２尺５寸（『睡虎地秦簡』「秦律十八種」「金布律」に「布袤八尺、福（幅）二尺五寸」とある）。漢代は、２尺２寸であった（『二年律令』259「□市律」に「販賣繒布幅不盈二尺二寸者、没入之」とある）。

９、これは、円周率が、３であることを前提にしている。『算数書』と『九章』は、円周率を３とする前提で記述されている。円の面積の求め方は、『九章』「方田章」32に、「術曰、半周半徑相乘得積歩」「又術曰、周徑相乘，四而一」「又術曰、徑自相乘，三之，四而一」「又術曰、周自相乘，十二而一」と４つの術が載る。

10、注２所引の彭浩氏の著では、「旋粟」題の計算を、「円錐底部の円周の長さを一辺とし、円錐の高さを高さとする正方錐」を想定して、さらに、「円錐底部の円周の長さを一辺とし、円錐の高さを高さとする正直方体」を想定し、「旋粟」「正方錐」「正直方体」の３者の体積比が、１:12:36となることを基にしていると考えている。即ち、「大積」をこの「正直方体」の体積と考えているのである。『算数書』の時代に、円錐の体積を求めるのに、その36倍の立体を想定して計算を行ったとは考えられない。我々は、「訳注稿」（４）では、彭浩氏のこの考え方を以って、「旋粟」題に注釈を加えたが、ここに謹んで訂正する。

11、整数化された分数のものは、左に置いて、まだ分数のままのものと区別するという意味であるが、これは、当時計算の際に用いていた算木の動きを示している。

12、掛ける数は、広の大きさによって異なる。$1+\frac{1}{2}$の時は２、$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$の時は６を、$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}$の時は12を、$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}$の時は60を、$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}$の時はやはり60を各々、１平方里の平方歩数240に掛けるのである。

13、『大阪産業大学論集』（人文科学編）　111号（2003年10月）所収。

Ⅱ、『算数書』中の主要数学用語

一

『算数書』は、分かっている分だけで、69個の算題より成っているが、それらの算題の多くが、一定のパターンをとっている。今、「女織」題を以って説明する[注1]と、

①女織

②鄰里有女惡自喜也。織日自再、五日織五尺。問、始織日及其次各幾何。

③曰、始織一寸六十二分寸卅八、次三寸六十二分寸十四、次六寸六十二分寸廿八、次尺二寸六十二分寸五十六、次一尺五寸六十二分寸五十。

④術曰、**(ア)** 直(置)二、直(置)四、直(置)八、直(置)十六、直(置)卅二、并以爲法。**(イ)** 以五尺偏(遍)乘之、各自爲實。**(ウ)** 實如法得尺。**(エ)** 不盈尺者十之、如法一寸。**(オ)** 不盈寸者、以法命分。

⑤王已讎。

という構成になっている。①は、算題名。竹簡上段の編縄の上に書かれている。②は、問題文[注2]。③は、解答である。ここは「曰」で始まっているが、「得曰」で始まるものもある。

④は、「術曰」という語から始まる部分で、ここでは問題文を受けて、計算方法を一般的に且つ原理的に説明する。この部分は、今、(ア)—(オ)の5つから成っている。

(ア)は、②の問題文より、数字を導き出し、ある場合には、そこからさらにその数字に計算を加えた結果、「・・・爲法」と、出てきた数字を「法」とする。「法」とは、中国古代の算法において、割り算の除数を指す。

(イ)は、(ア)と同じく、問題文より、数字を導き出し、ある場合には、そこからさらにその数字に計算を加えた結果、「・・・爲實」と、出てきた数字を「実」、即ち、割り算の被除数とする。

(ウ)の「實如法」とは、「実」を「法」で割る、ということ。最終段階の計算、即ち答えが出る段階の計算を、実を法で割ることで行うものが多い。ここでは「實如法得尺」という言い方であるが、『算数書』の中では、様々な言い方がある。これについては、後に詳しく考察する。「得尺」とは、割り算をした結果の答えが、「尺」という単位で出てくるということ。

(エ)は、「尺に満たないものは、単位を一つ下げて、寸の位に直して、その後割り算をする」という意味である。「如法一寸」の「如法」も、尺に直したものを(ウ)の「實

如法」と同様、「法」で割ることである[注3]。「一寸」は、「得一寸」の省略形で、（ウ）と同様、割り算をした結果の答えが、「寸」という単位で出てくるということ。

（オ）は、「寸に満たないものは、法を分母とする分数にする」という意味である。「盈」字は、前漢2代皇帝恵帝の諱で、後世これを避けて「満」字が用いられるようになるが、『算数書』では、まだ避けられていない[注4]。恵帝のすぐ後の呂后の時代にはまだ避諱の習慣が確立していなかったからか、本書のテキストの書写年代が恵帝期を遡るゆえなのか不明である。

「以法命分」という表現法についても後に考察する。

⑤は、校訂者の名。下段の編縄の下に書かれている。このように、校訂者の名が書かれているのは一部で、多くの算題には見えない。

多くの算題は、このようなパターンの下に、書かれている。勿論、このようなパターンを取っていないものもある。穀物の換算を問う算題や、体積計算の算題は多くがこのパターンを取らない。また、このようなパターンを取るものの中でも、上の（ウ）以下の形式は省略されているものも多い。しかし、このようなパターンすべてが書かれていなくても、多くの算題がこのパターンを下敷きにして書かれていることはいうまでもない。

この中で、特に問題となるのが、④の（ウ）（エ）の「實如法得尺」や、「如法一寸」という言い方である。「実を法で割る」という意味を示すこれらの用語は、古代中国算学における専門用語（テクニカルターム）であるが、『算数書』においては、この他にも、幾つかの形式がある。また、この「實如法得尺」の形式に続くものとして、（オ）の「不盈寸者，以法命分」という言い方がある。これらについて、いささか考察しておこう。

二

中国古代の算法では、個々の算題における最終段階の計算において、割り算をして答えを出す時、割られる方、即ち被除数を「実」と呼び、割る方、即ち除数を「法」と呼んでいることは先述したとおりである。

何故、被除数を「実」と呼び、序数を「法」と呼ぶのかということについて、後代、宋の謝察微の『算経』[注5]「用字例義」（『説郛』弖一〇八）に「法は様数なり。実は本数なり」と説明している。「実」は本来あるいは実際の数、「法」は、雛型・手本・規準となる数ということで理解したのであろう[注6]。

ここで注目しておかねばならないのは、「実」や「法」は必ず整数で示されるということである。因って、たとえ問題中に分数がでてきても、最後の計算である、「実」を「法」

で割る計算は、整数を整数で割るという形をとるのである。

そして、「実」を「法」で割ることを表すのに、『算数書』では、上で見た以外にも様々な表現形式が現れる。これらを、『九章』の表現形式と比較してみよう。

1、「實如法而一」形式

『九章』では、たとえば「方田」9に、

合分術曰、母互乘子，幷以爲實，母相乘爲法，實如法而一。

とあり、他にも多数見える形式である。この形式の特徴は、「實如而一」の「一」の後、単位を表す語が何も付かないということである。『算数書』において、これに類似するものに以下のような文例がある。

1）不相類者、母相乘爲法。子互乘母幷以爲實。・・・有（又）曰、母乘母爲法。子羨乘母爲實。**實如法而一**。（合分）

2）術曰、直（置）一、直（置）二、直（置）三而各□□□以爲法。有（又）十而五之以爲實。**如法而一尺**。（婦織）

3）術曰、以二斗七升者同一斗。卅七也爲法。有（又）直（置）廿七・十升者各三之爲實。**實如法而一**。（飮㯃）

『九章』と異なり、2）のように『算数書』では、「一」の後に「尺」という単位を表す語がつくことがあるようである。また、「如」の前に、「實」字があるのが普通だが、2）のように、「如」のすぐ前の句が「實」で終わっておれば、「實」が省略されることもあったことが分かる。

この「實如法而一」の句の語源的意味について言及している文献を寡聞にして、あまり知らないが、『算学啓蒙諺解』注7巻上の本文に、「術曰、列銭数為実、以価銭為法、而一、合問」とあり、その「而一」に注して、

「しかも一にする」とは、わることなり。其法の一に付ての数を得るゆえ「為法而一」と云なり。「如法而一」と云も同。

という。また、李継閔は、『九章』「方田」9の、「合分術曰、母互乘子，幷以爲實，母相乘爲法，實如法而一」の「實如法而一」に注して注8、

原意は、法を以って実を除去することで、若し実の中に法に等しい数が常にあれば、「一」と記す。これは、現在の所謂、除数で被除数を除去してその商を求めることに相当する。

という。「其法の一に付ての数を得る」も「若し実の中に法に等しい数が常にあれば、「一」と記す」も、「実」の数や量の中から「法」の数や量を一つづつ取り除いてゆき、「実」の

数や量がなくなった時、幾つ取り除けたかを見て答えを得るという、除法の元来の方法のことを述べているのであろう。「割る」と云う行為が「除」、即ち「のぞく」という義の文字で表現されることの元の意を、この「実如法而一」という表現形式がなおも残しているといえるであろう。

この形式に類似するものとして、次のような形式のものもある。

4）術曰、三斗一升者爲法、十税田、**令如法一步**。（税田）

冒頭に「令」の字が付き、「實」の字がないが、上の形式と同じものであろう。『九章』「少広章」16の「開方術」の中に「令如母而一」という句があり[注9]、やはり分母で割るという意味である。

また、次のような形式も、「実如法而一」の形の変形であろう。

5）其不相類者、母相乘爲法、子互乘母幷以爲實。**如法成一**。（合分）

6）其一術曰、以分子除母、少（小）以母除子、子母等以爲法。子母各**如法而成一**。（約分）

5）の「如法成一」は、「如法而成一」の「而」が省略されたものであろう。『算数書』では、何分の一にするという時、「二而一」「十五而一」（粺穀）や「令十一而一」（取程）[注10]という形をとるが、他に「六成一」（芻）、「卅六而成一」（旋粟）や「令五而成一」（以方材圜）[注11]という形をもとる。これらより見ても、「実如法而一」と「如法而成一」が同じであることが知られるのである。

2、「実如法得一□」形式

上のような形式の他に、「実如法得一□」という形をとるものがある。『九章』でも、

經率術曰、以所買率爲法，所出錢數爲實，實如法得一錢。（「粟米章」）

などと用いられる形式であるが、『算数書』では、つぎのように用いられる。

7）術曰、幷三人出錢數以爲法。即以四錢各乘所出錢數。**如法得一錢**。（共買材）

8）術曰、令各相倍也、幷之七爲法。以租各乘之爲實。**實如法得一**。（狐出関）

9）術曰、直（置）二、直（置）四、直（置）八、直（置）十六、直（置）卅二、幷以爲法。以五尺偏（遍）乘之各自爲實。**實如法得尺**。（女織）

10）術曰、直（置）一兩朱（銖）數爲法。以錢數爲實。**實如法得一錢**。（金価）

11）術曰、直（置）所得米升數以爲法。有（又）値（置）一石米粟升數而以秏（耗）米升數乘之。**如法得一升**。（舂粟）

12）術曰、以冊爲法。以五乘卅五爲實。**實如法得一錢**。（漆銭）

13）術曰、計百錢一月、積錢數以爲法。直（置）貸錢以一月百錢息乘之、有（又）以日數乘之爲實。**實如法得一錢**。(息銭)

この形式の特徴は、「実如法」の後「得一錢」「得一升」と云うように、「得一□」(□には、錢とか斗とか升などの単位を表す語が入る）という形をとることである。そして、8）の「實如法得一」は、□に入るべき単位が省略されているのであり、9）の「實如法得尺」は、「一」が省略されていると考えられる。

では、この「実如法得一□」は本来なにを表しているのであろうか。少なくとも、「実如法而一」や「如法而成一」と同じではない。なぜなら、「得一□」のほうは、「実を法で割ると、□を単位とする答えが得られる」という意味だと考えられるからである。よって、例えば、この句中の□に「銭」が入った場合の「一銭」というのは、銭の量「一銭」を表しているのではなく、「銭を一とする単位」というような意味で用いられているのである。長さ、量、重さの各々において、10進や12進ごとに単位名が変わってゆく中国の度量衡制では、答えがどの単位で出てくるのかということには絶えず気を使っておかねばならない。そこで、このような言い方が登場すると考えられる。しかも、『九章』「盈不足章」6において、次のような用例がある。

其一術曰、置所出率、以少減多、餘爲法。兩盈、兩不足、以少減多、餘爲實。**實如法而一、得人數**。以所出率乘之、減盈、增不足、即物價。

ここは、「実を法で割ると,（答えの）人数が得られる」という意味で、形式としては「實如法而一」と「實如法得一□」とを合わせた言い方であると考えられる。

これと関連して、『算数書』「取枲程」題に次のような文がある。

14）術曰、乾自乘爲法。生自乘有(又)以生一束步數乘之爲實。實如法得<u>十一步有(又)九十八分步卌（四十）七而一束</u>。

上文で下線を引いた部分は、「1束で$11\frac{47}{98}$歩」という「取枲程」題の答えになっているのである。ここは、「実を法で割ると、・・・という答えが得られる」ということで、具体的に答えが入っているのである。そして、上で述べた、『算数書』の「實如法得一□」や『九章』の「實如法而一得人數」において、「得」の後には「□を単位とする（答え）」や「(答えの）人数」が来ていると考えると、「取枲程」の、「得」の後に具体的な答の数字が来る形式は、これらの形式と基本的に同形式であることがわかる。「得」の後に答が来る形式が、「得一□」や「得人数」という形式の原形であるとすれば、『算数書』の出土によって、こ

の形式の最も古い形を見ることができたということになろう。

よって、「實如法得一□」という形式は、「實如法而一」とは、共に、実を法で割って答えを出す、という意でありながら、その内に含まれている意はおおいに違っているといわねばならない[注12]。

三

次に、「不盈寸者，以法命分」の考察に移ろう。

この言い方は『九章』では、「不滿法者、以法命之」という形で多く見られることは上述した通りである。白尚恕は、『九章』「方田章」9の同句に注して[注13]、

「実」は被除数で、「法」は除数である。「不滿法者」とは、被除数が除数に満たない者を指す。即ち、被除数が除数より小さい時、実を分子とし、法を分母とする一分数を作るということで、この分数が「以法命之」ということである。

「命」は命名のこと。「以法命之」とは、法を規準にしてこの分数に命名することである。例えば、$\frac{2}{3}$や$\frac{2}{5}$では、前者は三を規準とし、これを「三分の二」と称しており、後者は五を規準とし、これを「五分の二」と称している。よって、わが国の古代では、分数を「命分」と称することもある。

と云う。句中の「命」を「命名」の義で解釈している。

『算数書』においては、上で挙げた「女織」題のもの以外に以下のような用例がある。

15）有（又）十而五之以爲實。如法而一尺。**不盈尺者、以法命分**。（婦織）

16）術曰、二乘五十七爲法。以五乘卅七爲實。如法一錢。**不盈、以法命分**。（羽矢）

17）實如法得水・米各一升、𥺅一斤。**不盈、以法命分**。（𥺅脂）

18）術曰、直（置）四畝歩數、令如廣歩數而得從（縱）一步。**不盈步者、以廣命分**。（啓縦）

19）即耤（藉）直（置）田二百四十步亦以一爲若干、以爲積步、除積步如法得從（縱）一步。**不盈步者、以法命其分**。（少広）

20）大廣術曰、直（置）廣從（縱）而各以其分母乘其上全步、令分子從之、令相乘也爲實。有（又）各令分母相乘爲法。如法得一步。**不盈步、以法命之**。（大広）

これらを見ると、『九章』で、「不滿法者」となっている部分は、『算数書』では「不盈□者」と、「法」の代わりに、具体的な度量衡の単位が入っているのがわかる。16）で、「不盈」の後ろに単位を表す語が何もないのは、すぐ前に「錢」があるので省略されたのであろう。17）でも同様にないのは、こちらの方は、すぐ前に「水・米各一升、𥺅一斤」と、水と米は升を単位とし、𥺅は斤を単位としており、各々異なっているので、故意に書かなかった

のであろう。

ここで、なぜ「尺」や「歩」や「錢」に満たないものが、分数の対象になるのかという疑問が生じる。これは、**一**で例として挙げた、「女織」題の（**エ**）の個所がこの疑問に答えるヒントを提供している。（**ウ**）では、尺を単位として答えが出される。そして、その実が一尺に足りない場合は、（**エ**）で、前の（**ウ**）の実を10倍し、今度は寸の単位で答えを出しているのである。だが、（**オ**）では、寸以下の単位まで下ろすことはせず、寸に満たないものは、分数にしている。ところが、15）の「婦織」題では、尺の単位で打ち切って答えを出しており、尺に満たないものは、すぐに分数にしている。これは、分ける対象が、「女織」題では、５尺とやや短く、尺で分数にすれば、とても細かい分数になってしまうのに対して、「婦織」題では、分ける対象が50尺あり、分けた後も尺の単位でそれほど細かい分数にならないからである。このように、『算数書』では、問題文に出てくる数字といわば「相談」をしながら、最小単位をどこまでにするのかということが決められているのである

さらにもう一つ。『九章』の「不滿法者」と『算数書』の「「不盈□者」（□には尺や歩などの単位名が入る）の違いについて。

「法に満たない者」と云った場合、これは、割られる前の実を主語としている。即ち、割る前の実と法を比較して、実より法が大きかった場合には、ただちに分数にするのである。これに対して、一尺や一歩、一錢に「満たない者」と云った場合、実を法で割った後の結果の答えが、「満たない」の主語となっている。この両者の意味は結局のところ同じことになるのだが、『九章』の表現の方が、計算の前に実と法の大小を判断しており、『算数書』の表現は、計算結果から実と法の大小を判断していることになる。計算するまでもなく、実と法の大小を判断できるようになっていた分だけ、『九章』の表現の方が進んでいることになろうか。

次に、「以法命分」の命について。白氏の、「命」を「命名」とし、分母でその分数を命名するとする説は上で紹介したが、15）より20）までの用例では、その解釈でほぼ通じるようである。ただ、「命」には次のような用例もある。『九章』「少広章」冒頭の文に、

21）少廣術曰、置全步及分母子、以最下分母遍乘諸分子及全步、各以其母除其子、置之於左。**命通分者**、又以分母遍乘諸分子、及已通者皆通而同之、幷之爲法。

とあり、ここの「命通分者」の意は、「（なお分数で残っていて）通分を命じなければならない者」の意である。また、『算数書』「径分」に、

21）徑分**以一人命其實**、故曰、五人分三有（又）半、少半、各受卅分之廿三。其術曰、下有少半、以一爲六、以半爲一、以少半爲二、幷之爲廿三、即値（置）一數、**因**

而六之以命其實。

とある。「以一人命其實」は、「一人の取り分をもって、その実に命じて分ける」ことであり、「因而六之以命其實」とは、「人数の５人によってこれを６倍した30でその実を割って分数にする」ことである。これらの用例を見ると、一概に「命」を「命名」と解釈できないようである。しかし、現在我々が見る事のできる用例からは、この「命」の義を確定することはできないようである。存疑として後人に託したい。

注釈

１、以下に『算数書』の文を引用する場合には、冒頭で述べたように、現在編纂作業を進めている『漢簡算数書―中国最古の数学書―』の釈文を用いる。ただし、「朮」を「術」としているように、異体字を通行字に直しているものもある。

２、問題文は、問題の条件を示す部分（「今有･･･」という形で示されるものもある）と、「問・・・幾何」と、どのような回答を求めるのかを示す部分から成る。

３、この（エ）の部分がついているものは少ない。「尺」から「寸」へ、単位を一つ下げて計算を行うため、実を十倍しているのである。「誤券」題に、

　其券有〔斗〕者、直（置）與田步數以爲實。而以券斗爲一、以石爲十、幷以爲法。如法得一步。其券有升者、直（置）與田步數以爲實。而以券之升爲一、以斗爲十、幷爲法。如・（法）得一步。　93－95

と、券の記述に「斗」の単位があるもの（即ち、「斗」の単位しかなく、「升」の単位がないもの）と、券の記述に「升」の単位まであるものに分けて、計算法を示している。

４、『九章』では、すべて「滿」の字が用いられている。また、この避諱について、『算数書』と同出の『二年律令』の成立年代の考証のなかで、宮宅潔氏は、

　これら論拠のうち、避諱について付言しておくと、『二年律令』のなかでは景帝はおろか惠帝（盈）・呂后（雉）・文帝（恒）の諱も避けられていない。避諱していない条文が高祖期、ないしそれ以前に制定されたもので、そのときの用字が惠帝以降も踏襲され続けていた可能性も確かに残る。だが「滿」「常」など代わりの字が使用されている形跡もなく、そもそも避諱が厳密に行われていたのか、それ自体が疑わしい。（「張家山漢簡『二年律令』解題」の「四、成立年代」、『東方学報』京都76冊、2003年）

と述べている。『九章』は避諱の制が確立してからのテキストである。

５、伝記不詳。『算経』は逸書で、『説郛』に採られているわずかな文が残るのみ。

6、郭書春氏は、「試論《算数書》的理論貢献与編纂」（www.ihns.ac.cn）の「（五）法、実与実如法而一」において、

「法」の本義は準則・標準である。『管子』「七法」に云う「尺寸也、縄墨也、規矩也、衡石也、斗斛也、角量也、謂之法」と。除法は一つのものを分割することに来源する。よって、まず一つの標準を確定せねばならず、これが、法に他ならない。異なった数量の同一種類のものに対して、「法」を確定することによって、異なった除法を進めることができる。「法」は、徐々に除数の意と変化していった。

と述べている。

7、『算学啓蒙』3巻は元の朱世傑の著。大徳9年（1299）の刊。その内容は、四則計算より入り、高次方程式や天元術等の高等数学にまで及ぶ。この書は、成書後、中国で失伝したが、朝鮮・日本に伝わり、そこでの算学の形成に大きな影響を与えた。『算学啓蒙諺解』は、本邦の和算家、建部賢弘が『算学啓蒙』を注解したもの。

8、『《九章算術》導読与訳注』（1998年9月、陝西科学技術出版社）の頁242。

9、「開方術」の末尾の文で、

若し母開くべからざる者は、また母を以て定実に乗じ、乃ち之を開く。訖れば、母の如くして而も一とせしむ。

とある。

10、これらの定型語句も「術曰」の中に出てくる。

11、この語句の後には、「七之」が脱落しており、これを加えると、この句は、「五にして一と成し、之を七せしむ」となる。

12、郭書春は、注6所引の論文の「（五）法、実与実如法而一」において、「實如法而一」と「実如法得一□」の形式の違いに言及し、

『九章算術』中では、一般的には、抽象的な術文では大体前者（「實如法而一」を指す—大川注）を使用し、具体的な運算の術文では大体後者（「実如法得一□」を指すー大川注）を使用している。

と述べ、『算数書』に対して、彼の独自の形式分類を行った後、

しかし、『算数書』が両者を使用する時、『九章算術』のような、抽象的術文と具体的術文を区別して表示するという違いは存しない。『算数書』では、「實如法而一」を使用しているものに、「合分術」「啓縦術」等の抽象的術文もあるが、「狐出関」等4条の具体的運算の術文もある。同様に、「実如法得一尺」を使用するものは、大多数は具体的運算であるが、「啓縦術」のように抽象的な術文もある。要するに、『算数書』中においては、中国の伝統数学のなかで除法の計算を表すこの2種の術

語はすでに生み出されて広範に使用されていたが、なお使用に規範はなかったのである。

と述べている。両者の基本的な語法を分析することなく、論を終えているといわねばならない。

13、『《九章算術》注釈』（1983年12月、科学出版社）の頁19。