

# トリックは数学です

## — マジックから教材開発 —

平井 崇晴\*  
(甲南大学)

平成 18 年 9 月 16 日

## 1 数学教材としてのマジック

### 1.1 動機

教科教育法(数学科)を担当しているが, 数学教師を目指す学生をもっと数学好きにしたいと考えた. マジックブームの折, 数学的マジックを実演し解説することで数学の魅力を強調しようと思い立った. そこで, 数々のマジックの本から数学的要素を含むものを集めるようになった. これが本研究の動機である. 以下, 数学的要素を含むマジックを数学的マジックと呼ぶことにする.

### 1.2 マジックの教材的位置づけと研究の目的

数学的マジックを収集して気づいたことがある. 1 つは, マジックの書物は用いる道具や演じる状況によってマジックを分類している点, もう 1 つは, 一般にマジックは数学的要素を隠そうと脚色している点である. 教材として扱うには, 数学的要素は明記され, それによってマジックは分類されて欲しい. しかし, そのような教材として扱うことを意図してマジックを集めた書物は見当たらない.

ところで, 教育の目標を達成させるために, 教育的に編成された学習内容を教材だとすれば [2], マジックはどのように位置づけられるだろうか. 「数学的要素」, 「素材」, 「教材」について, たとえをあげることにより簡単な定義を与え, そのことを考察する.

---

\* takaharu.hirai@nifty.ne.jp [http://homepage2.nifty.com/takaharu\\_hirai/](http://homepage2.nifty.com/takaharu_hirai/)

今、数学的要素とは、様々な数学的性質や定理及び数学的な考え方や態度などを指すことにする。人間に必要な栄養素やビタミンなどに相当するものと考え。素材は栄養素を含む穀物や魚介類などの食材にたとえ、これらを調理してできあがった料理が教材であるとしよう。

数学的要素の定着を教育の目標とするとき、マジックそれ自体は教材とは言い難い。何故なら、目標とする数学的要素を隠ぺいするようにマジックは創られるのだから、教育的に編成されているとは言い難いからである。せめて、数学的要素に生徒を誘導する工夫が必要である。ここでは、数学的マジックを素材として捉えることにする。食材を活かした料理が美味であるように、マジックに含まれる数学的要素をうまく引き出すことができたとき、それはよい教材となるであろう。

そこで、マジックを調理して教材化する最終過程は各授業者に委ね、教材の前段階、素材となる数学的マジックを集める。そして数学的要素を明記して、その観点からマジックを分類する。これを本研究の目的とする。現在までの成果は3節にリストする。

### 1.3 素材としてのマジックの特性

[1]を参考に、素材としての数学的マジックが持つ特性を考察してみる。

マジックそれ自体が不思議な現象であるから、それを自発的に解明しようとする生徒の活動が想像できる。知的好奇心を刺激され、学習に対する動機づけが可能であろう。トリックを解明できたときには、感動性（アハ体験）も期待できる。また、ランプなどの実物に触れて試行錯誤したり実験したりできるから、操作性が高いのも特性である。

前述のように、素材としてのマジックは調理が必要である。しかし、このことは授業者の意図に応じて教材を工夫する柔軟性があることを意味する。マジックに隠された数学的要素が見え隠れするようにアレンジすることで、それ自体が教材と呼べる新しいマジックも創作可能なのである。あるいは、そのようなバリエーションを生徒に考えさせてみてもよい。数学の類題を作らせるのと同様な学習効果が期待できる。

以上の考察から、3節の数学的マジックは次の点を考慮している：

1. マジックのトリックそのものに数学的要素を含むこと
2. トリックの解明に数学的要素を応用できること
3. 学習の動機づけが期待できること
4. 数学的要素を誘発させるような問題（発問）が作成できること
5. バリエーションを創作できること

## 2 マジックの教材化

マジックそれ自体は教材とは言い難い。本節では素材をどのようにして教材化できるか Magic 14「透明カード」(付録 A 参照) を例に述べる。

### 2.1 教材化の例

最初に用意した 52 枚のカードは、予めトリックを仕込んだセットカードである。④ のとき、相手の告げる枚数は 1 ~ 52 までの 2 ケタの数であるから、これを  $10m + n$  とする。⑧ では  $m + n$  枚をテーブルに戻させているので、操作後は、元のセットカードの上から  $10m + n - (m + n) = 9m$  枚目にあったカードが、相手の手持ちカードのトップに必ずくる。そこで、 $9m$  ( $m = 1, 2, 3, 4, 5$ ) の位置に特定のカード (例えば、スペードの  $m$ ) を予めセットして覚えておけばよい。あとは相手が告げた枚数に応じて「スペードの  $m$ 」と告げればよいのである。

ところが、Magic 14 をそのまま教材とするのは学年によっては難しいかも知れない。そこでトリックがもう少し見え隠れするようにバリエーションを考える。例えば、④ で告げる数を 10 から 19 に制限すると、先ほどの  $9m = 9$  に特定される。こうして Magic 15「4 人で揃えるエース」(付録 A 参照) を創作した。

4 人の目の前に作られるカードの山はいずれも 9 枚である。このことに気づかせれば、Magic 15 ④ ~ ⑥ の操作によって何故いつも 9 枚の山ができるのか、着眼点を絞ることができる。こうして文字式を立てるように誘導できる。

更に、その着眼点を問うような問題を用意すると教材として充実するだろう。Magic 15 では、例えば以下のような問題が考えられる：

問題 4 枚のエースは元々 52 枚のトランプのある位置に仕込まれています。どこに仕組んでおけばよいでしょうか。

(ヒント) Magic 15 ⑥ で 4 人の目の前に並べられるカードの山はどれも同じ枚数です。何故でしょう？

このように、マジックでは数学的要素を隠そうとするのに対し、数学教材として扱うには数学的要素が見え隠れするようにアレンジを施す工夫が重要である。

### 2.2 バリエーションの創作

何らかの数学の問題を解かせた後で、その類題を生徒に作らせることは、数学的本質を見極める上で重要な学習であると言えよう。マジックのバリエーションを創る過

程はそのような学習にも似ている。トリックの本質をおさえていれば、アレンジが比較的容易な数学的マジックも少なくない。バリエーションを生徒に創らせることは類題作りに似た効果が期待でき、この点においても教材としての可能性が見られる。

しかも、独自のマジックを創る感覚は楽しいものである。例えば、トランプの枚数を変更し、それに応じてトリックも修正させたり、3行3列の枠で行っていたマジックを4行4列の枠に変えさせたりするだけでも、単なる類題作りとはひと味違った創造意欲をかき立てることだろう。Magic 14 も実は『念力寿司』[3] を元に平井が創作したマジックである。独自のマジックを完成させたときの達成感は、生徒にも是非伝えたい感動である。

### 3 数学的マジックの分類

教材として扱われることを意識して数学的マジックを集め、数学的要素の観点から分類を試みた。現在までの成果を以下にリストする：

#### • 数の性質

- Magic 1 マイナス超能力 ..... 素数の性質
- Magic 2 幸運の 7, 知られざる 11, 不気味な 13 ...  $1001 = 7 \times 11 \times 13$  の意外性
- Magic 3 数字バーの合計 ..... 9 の段の九九に潜む性質
- Magic 4 魔法の行列 ..... 数の和に分解
- Magic 5 Mr.Maric の魔法の行列 ... Magic 4 のバリエーション (数の積に分解)

#### • 文字と式

- Magic 6 カレンダーの神秘 ..... Magic 4 の一般化
- Magic 7 電卓バースデー ..... 文字式の計算
- Magic 8 赤と黒はいつもペア ..... 文字を使った説明
- Magic 9 左々立 ..... (連立) 1 次方程式
- Magic 10 マッチングカード ..... 未知数の消去
- Magic 11 予知能力カード ..... 4 未知数の消去
- Magic 12 自分で見つけた ..... Magic 11 のバリエーション
- Magic 13 13 の不思議な力 ..... Magic 11 のバリエーション (3 未知数の消去)

#### • 数字根

- Magic 14 透明カード ..... 2 未知数の消去
- Magic 15 4 人で揃えるエース ..... Magic 14 のバリエーション
- Magic 16 相手の数字でカードを当てる ..... Magic 14 のバリエーション
- Magic 17 消した数を当てる ..... 数字根が等しい 2 数の差は 9 で割り切れる

Magic 18	カードで作る数字	.....	Magic 17 のバリエーション
Magic 19	山のカードの枚数でカードを当てる	.....	数字根の計算
Magic 20	1ケタの足し算	.....	Magic 19 のバリエーション

● 2進数・パリティ

Magic 21	誕生日当てカード	.....	2進 10進変換
Magic 22	絞り込みカード	.....	$2^n$ の性質
Magic 23	表向き, 裏向き	.....	パリティ保存の法則
Magic 24	紙コップパニック	.....	Magic 23 のバリエーション
Magic 25	意のままに動く	.....	パリティ
Magic 26	陰陽説と表裏	.....	パリティ
Magic 27	赤と黒の表裏	.....	パリティ

● 解析学的

Magic 28	板チョコの復活	.....	直線の傾き
----------	---------	-------	-------

● 図形・トポロジー的

Magic 29	今, 何時?	.....	空間認知
Magic 30	パミューダトライアングル	.....	辺と頂点の性質
Magic 31	ストラップの脱出	.....	トポロジー
Magic 32	カラーチェンジロープ	.....	トポロジー
Magic 33	消えるレプラコーン	.....	隠れた分配の原理 [4]

● 統計学的

Magic 34	テン・カード・ディール	.....	統計学的分析
----------	-------------	-------	--------

● 数学的概念・思考

Magic 35	赤いカードを選ぶ	.....	定義
Magic 36	紙コップの透視術	.....	場合分け
Magic 37	環状線マジック	.....	1対1対応思考

● 勘違い・その他

Magic 38	ピアノ・トリック	.....	勘違い
Magic 39	表と裏は混ざらない?	.....	勘違い
Magic 40	オイル & ウォーター	.....	勘違い
Magic 41	5枚のカードの相性	.....	操作の分析

## 4 今後の課題

本発表では、トリックそのものに数学的要素が見られるマジックを中心に集めた。ところが、トリックそのものは数学的要素を含まないけれども、その解明や創作の過程で数学的な思考を利用するマジックも見受けられる。今後はそれらも対象に入れて研究したい。どんな生徒も数学好きにするマジックをいつか創作してみたい。

## 付録 A マジックの例

### Magic 14 透明カード

- ① 「ここに 52 枚のカードがあります。特別な順番に並んだりしていませんか?」
- ② 「こちらにもう一組透明のカードがあります。実物カードにリンクしているんですよ。」
- ③ 「透明カードの適当なところを持ち上げて下さい。」
- ④ 「透明カードのいいところは、何枚持ち上げたかすぐにわかることです。あなたは何枚持ち上げましたか?」例えば、相手は 48 枚と答えたとする。
- ⑤ 「持ち上げた透明カードを私に手渡して下さい。」
- ⑥ 「あなたは実物カードを上から 1 枚ずつ 48 枚テーブルに重ねて行って下さい。」
- ⑦ 「今、重ねた 48 枚のカードを手にとって下さい。私は 48 枚の透明カードを持っています。」
- ⑧ 「48 という数字は 4 と 8 からできていますね。今度は 4 と 8 を足した 12 枚のカードをテーブルに重ねて行って下さい。私も透明カードで同じ事をします。」
- ⑨ 「二つのカードはリンクしているので、透明カードのトップカードはあなたの手持ちカードのトップと一致しています。」
- ⑩ 透明カードのトップカードをテーブルに示し、「見えますか? これはスペードの 4 ですね?」(スペードの 4 は一例であって、術者は予め仕組んだカードを告げる)。
- ⑪ 実際に実物カードの同じ位置のカードを調べてみると確かに一致している。

### Magic 15 4 人で揃えるエース

- ① 4 人をテーブルの側に座らせてマジックを始める。
- ② 「ここに 52 枚のカードがあります。特別な順番に並んだりしていませんか?」
- ③ 「これから 4 人の方に順番にカードを何枚かテーブルに重ねて頂きます。」と言って、術者は 1 人目を指名して 1 組のカードを手渡す。

- ④ 「10 から 19 までの好きな数字を言って下さい。」例えば, 17 を言ったとする.
- ⑤ 「その枚数分だけテーブルに重ねて下さい。」と言って, 上から順に 1 枚ずつテーブルに重ねて置いてもらう.
- ⑥ 「17 は 1 と 7 からできていますね. 今度はその 1 と 7 を足した枚数, 8 枚を手元に戻して下さい。」8 枚のカードを手持ちの山に戻させる. 残りのカードはそのまま山にして相手の眼前に積んでおく.
- ⑦ 「手持ちのカードの山を 2 人目の方に渡して下さい。」
- ⑧ 「あなたも 10 から 19 までの好きな数字を言って下さい。」と告げて, ④ ~ ⑥ と同様の操作をさせる. 3 人目, 4 人目にも同様な操作をさせて, テーブル上に 4 つの山を作らせる.
- ⑨ 「では, 4 人とも各自目の前にある山のトップカードを一斉に開いて下さい。」トップカードは皆エースである.

## 参考・引用文献

- [1] 田村三郎 編 『算数・数学教育の導入教材の開発』神戸大学教育学部 1990 年
- [2] 中田紀夫, 吉村 啓 「数学教育と教材開発」『数学科での教材開発』共立出版株式会社 1990 年 p.2
- [3] 楽天グリーティングカード 『念力寿司』  
<http://greeting.rakuten.co.jp/cardlist/?type=flash&category=VJKxxx>
- [4] マーチンガードナー (金沢 養 訳) 『数学マジック』白揚社 1999 年.
- [5] マーチンガードナー (壽里 竜 訳) 『マーチン・ガードナー・マジックの全て』東京堂出版 1999 年.
- [6] 赤松誉義 編 『トランプ数理マジック事典』東京堂出版 1993 年.
- [7] 上野富美夫 編 『数学マジック事典』東京堂出版 1995 年.
- [8] マーチンガードナー (竹内 郁雄 訳) 『aha! Gotcha ゆかいなパラドックス 1』日経サイエンス 1982 年.
- [9] 田村三郎 『パラドックスの世界』講談社ブルーバックス 1981 年.
- [10] 中村弘 『マジックは科学』講談社ブルーバックス 1993 年.
- [11] 高木重朗 編 『カードマジック事典』東京堂出版 1983 年.
- [12] 石原清彦 『トランプ・手品』日東書院 1978 年.
- [13] まえだ ともひろ 『へなちょこマジック大作戦』ポプラ社 2004 年.
- [14] NHK テキスト 『NHK 趣味百科 やさしいマジック』日本放送出版協会 1993 年.
- [15] NHK テキスト 『NHK 趣味百科 ナポレオンのマジック道場』日本放送出版協

会 1994 年.

[16] NHK テキスト 『NHK まる得マガジン 誰でもできる簡単マジック』日本放送出版協会 2004 年.

[17] Mr. マリック 監修 『Mr. マリック カード超魔術』マツイ・ゲーミング・マシン 出版年記載なし.